# المجموعات و التطبيقات

## 1) المجموعات

### 1- كتابة مجموعة بتفصيل أو بإدراك

**أنشطة 1-** لتكن $D_6$ مجموعة القواسم الموجبة للعدد6 لدينا $D_6=\{x\in\mathbb{N}/\ x$ يقسم $6\}$

ولدينا $D_6=\{1,2,3,6\}$

الكتابة الأولى تسمى كتابة $D_6$ بإذراك والكتابة الثانية تسمى كتابة $D_6$ بتفصيل

2- لتكنAمجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعيةالتى مربعاتها أصغر من30

أكتب A بتفصيل و بإذراك

خلاصة لتكن E مجموعة

يمكن كتابة المجموعة E بطريقتين

- بتفصيل أي بكتابة جميع عناصر E
- بإذراك وذلك بتحديد علاقةمميزة لعناصرها

### 2 - التضمن

لتكن A وB مجموعتين

نقول ان A ضمن B أو B يتضمن A اذا كان كل عنصر من A هوأيضا عنصر من B

أي أن $A\subset B\Leftrightarrow\left(x\in A\Rightarrow x\in B\right)$

ملاحظة

لكل مجموعة $E$ $E\subset E$ و$\varnothing\subset E$

خاصية $A$ و $B$ و $C$ثلاث مجموعات $\left(A\subset B\text{و}B\subset C\right)\Rightarrow A\subset C$

### 3 - مجموعة أجزاء مجموعة

لتكن $E$ مجموعة ؛ المجموعة المكونة من جميع أجزاء $E$ تسمى مجموعة أجزاء $E$ ونرمز لها ب $\mathscr{P}(E)$

أي أن $A\subset E\Leftrightarrow A\in\mathscr{P}(E)$

ملاحظة $\varnothing\in\mathscr{P}(E)$ و $E\in\mathscr{P}(E)$

مثال $E=\{a,b,c\}$ حدد المجموعة $\mathscr{P}(E)$

### 4 - تساوي مجموعتين

لتكن A وB جزئين من المجموعة E

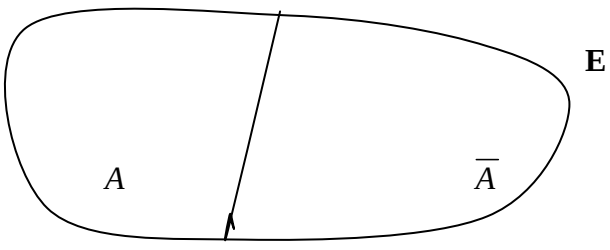
نقول أن A و B متساويتان و نكتب A=B اذا و فقط اذا كان $A\subset B\text{و}B\subset A$ أي $x\in A\Leftrightarrow x\in B$

### 5 - المتممة

تعريف لتكن A جزءا من المجموعة E

مجموعة عناصر E التي لا تنتمي إلى A تسمى متممة A في E

ونرمز لها ب $\overline{A}$ أو $C_E^A$ $C_E^A=\{x\in E/x\notin A\}$



**خاصية** **1-** $\overline{\overline{A}} = A$

**2-** $A \subset B \Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$

**3-** $C_E^{\varnothing} = E$ و $C_E^E = \varnothing$

**برهان .....**

## 6 - التقاطع و الإتحاد

### أ -التقاطع

**تقاطع المجموعتين A و B هو المجموعة التي نرمز لها ب** $A \cap B$ و المكونة من العناصر التى تنتمي إلي $A$ و إلي $B$

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \text{ و } x \in B$$

$$A \cap B = \{x \in E / x \in A \text{ و } x \in B\}$$

**مثال حدد المجموعة** $D_6 \cup D_8$ **تقاطع مجموعة القواسم الموجبة ل6** $D_6$ ومجموعة القواسم الموجبة ل8 $D_8$

**خاصيات لتكن A وB و C أجزاء من المجموعة E**

**1-** $A \cap B \subset A$ وَ $A \cap B \subset B$

**2-** $A \cap A = A$ وَ $A \cap \varnothing = \varnothing$ وَ $A \cap B = B \cap A$

**3-** $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

**4-** $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subset B$

### ب -الإتحاد

**إتحاد المجموعتين A و B هو المجموعة التي نرمز لها ب** $A \cup B$ و المكونة من العناصر التى تنتمي إلي $A$ أو تنتمي إلي $B$

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \text{ أو } x \in B$$

$$A \cup B = \{x \in E / x \in A \text{ أو } x \in B\}$$

مثال أكتب بتفصيل $D_6 \cup D_8$

**خاصيات لتكن A وB و C أجزاء من المجموعة E**

**1-** $A \subset A \cup B$ و $B \subset A \cup B$ و $A \cap B \subset A \cup B$

**2-** $A \cup A = A$ وَ $A \cup \varnothing = A$ وَ $A \cup B = B \cup A$

**3-** $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

**4-** $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A$

### ج - التقاطع والإتحاد

**خاصية 1**

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

**خاصية 2 –(قانون موركان loi de morgan)**

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

## 7 - فرق مجموعتين

**نعريف**

**لتكن A وB جزئين من المجموعة E**

**فرق المجموعتين A و B في هذا الترتيب هوالمجموعة المكونة من** العناصر التي تنتمي إلي $A$ ولا تنتمي إلي $B$

ونرمز لها ب $A \backslash B$ $\quad A\backslash B = \{x \in E / x \in A \text{ و } x \notin B\}$

**مثال** $D_8 \backslash D_6 = .....$

**خاصية**

$$A\backslash B = A \cap C_E^B$$

$$A = (A\backslash B) \cup (A \cap B)$$

**ملاحظة المجموعة** $(A\backslash B)\cup(B\backslash A)$

تسمي الفرق التماثلي للمجموعتين $A$ و $B$ ونرمز له ب $A\Delta B$

## 8 - الجداء الديكارتي

**تعريف** $E$ و $F$ مجموعتين

**الجداء الديكارتي** $E\times F$ **للمجموعتين** $E$ و $F$ هو مجموعة الأزواج $(x,y)$ حيث $x\in E$ و $y\in F$

$$E\times F=\{(x,y)/x\in E\text{و}y\in F\}$$

$$(x,y\in)E\times F\Leftrightarrow x\in E\text{و}y\in F$$

**ملاحظة -**

**1-** $E\times E=E^2$ هي المربع الديكارتي للمجموعة $E$

**2-** إذا كان $E=\varnothing$ أو $F=\varnothing$ فإن $E\times F=\varnothing$

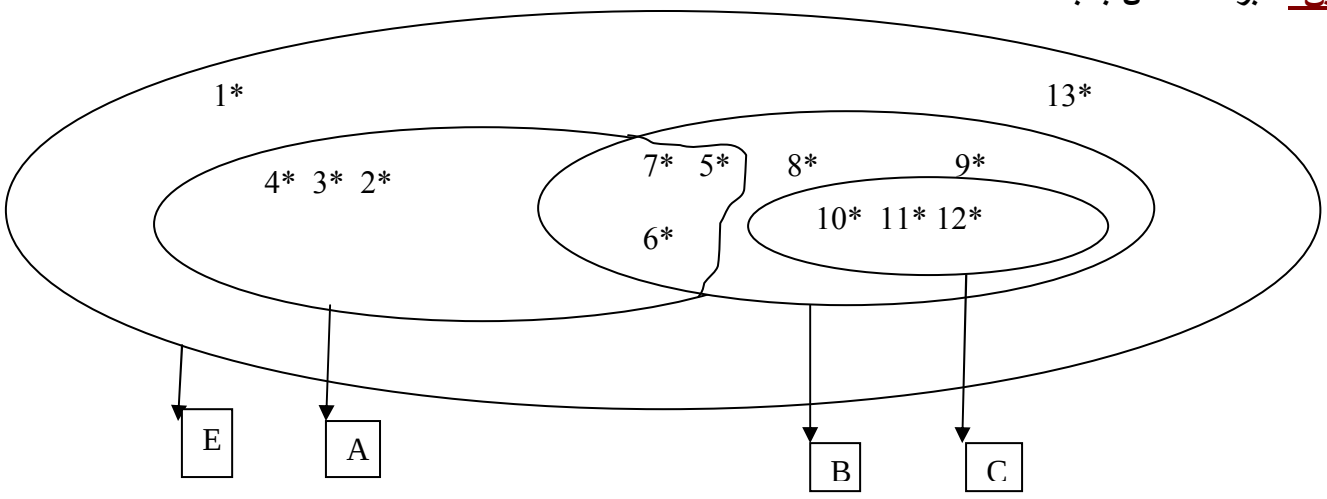
$$\mathbb{R}^2=\{(x,y)/x\in\mathbb{R}\text{و}y\in\mathbb{R}\}$$

**مثال**

$$\mathbb{N}^2=\{(x,y)/x\in\mathbb{N}\text{و}y\in\mathbb{N}\}$$

$$\mathbb{N}\times\mathbb{Z}=\{(x,y)/x\in\mathbb{N}\text{و}y\in\mathbb{Z}\}$$

**تطبيق نعتبر مخطط فان جانبه**




**1- حدد بتفصيل المجموعات التالية** $A$ و $B$ و $E$ و $A\cap B$ و $A\cup B$ و $(A\backslash B)$ و $(B\backslash A)$ ونرمز له ب $A\Delta B$

**2- بين أن** $C\subset B$ وحدد $B\backslash C$ ثم بين أن $B\backslash C=C_B^C$

**3- حدد بتفصيل** $C_E^A$ و $C_E^B$ و $C_E^{A\cap B}$ و $C_A^{A\cap B}$ و $C_E^{A\cup B}$

**4- حدد** $(A\backslash B)\cup(B\backslash A)$ و $(A\backslash B)\cap(B\backslash A)$

**5- حدد** $A\Delta B$ و $A\Delta E$ و $C\Delta B$