ثانوية موسى بن نصير نيابة الخميسات	فـــرض محـــروس رقـــم 04 الدورة الأولى : 2010/2009	الثانية بكالوريا علوم رياضية ذ : عبدالله بن لختير

$\boxed{Durée : 02h}$

في كل ما يلي المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$.

■ التمرين رقم 01: $(06pts)$

ليكن α عددا حقيقيا من المجال $]0;\pi[$.

و نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E): z^2-2(\sin\alpha)z+2(1+\cos\alpha)=0$.

1)- حدد الحلين z_1 و z_2 للمعادلة (E) بحيث $\mathrm{Im}(z_1)\geq \mathrm{Im}(z_2)$. $(1,5pts)$

2)- أكتب كلا من z_1 و z_2 على شكليهما المثلثي . $(1,5pts)$

3)- نعتبر في المستوى العقدي (P) النقطة M_1 ذات اللحق z_1 و النقطة M_2 ذات اللحق z_2 .

أ- ما هي طبيعة المثلث OM_1M_2 ؟ علل جوابك . $(1,5pts)$

ب- حدد α لكي يكون المثلث OM_1M_2 متساوي الأضلاع . $(1,5pts)$

■ التمرين رقم 02: $(07pts)$

I- نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ ، المعادلة :

$$(E): z^3-\left(1+i\sqrt{3}\right)z^2-2\left(1+i\sqrt{3}\right)z-4+4i\sqrt{3}=0 .$$

1)- علما أن المعادلة (E) تقبل حلين متقابلان حدد حلولها . $(2pts)$

2)- أكتب كل حل من حلول المعادلة (E) على شكله المثلثي . $(1,5pts)$

II- نعتبر العدد العقدي $a=1+i\sqrt{3}$ و المجموعة (Δ) للنقط M ذات اللحق z بحيث : $z=\frac{1}{2}a\overline{z}$.

1)- بين أن (Δ) مستقيم يمر من النقطة B ذات اللحق $b=\sqrt{3}+i$. $(1,5pts)$

2)- لتكن $M(z)$ نقطة من (Δ) مخالفة للنقطة B و M' النقطة ذات اللحق z' بحيث : $z'=a\overline{z}-b$.

← بين أن : $\frac{b^2}{(z'-b)(z-b)}\in\mathbb{R}^{*+}$ و إستنتج منصف الزاوية $\widehat{B}$ في المثلث MBM' . $(2pts)$

■ **التمرين رقم 03**: $(07pts)$

I- ليكن a عددا عقديا غير منعدم .

و f_a التطبيق المعرف من $\mathbb{C}-\{a\}$ نحو $\mathbb{C}-\{a\}$ المعرف بما يلي : $\mathrm{f}_a(z)=\dfrac{az}{z-a}$.

1)- بين أن : $\mathrm{f}_a(z)\in i\mathbb{R} \Leftrightarrow |z|^2\,\mathrm{Re}(a)=|a|^2\,\mathrm{Re}(z)$. $(1{,}5pts)$

2)- ليكن z من $\mathbb{C}-\{a\}$ ، نضع : $|z-a|=r$ و $\arg(z-a)\equiv\theta[2\pi]$.

➔ أحسب $|\mathrm{f}_a(z)-a|$ بدلالة r و $|a|$ و $\arg(\mathrm{f}_a(z)-a)$ بدلالة θ و $\arg(a)$. $(1{,}5pts)$

II- نأخذ فيما يلي : $a=-1+i$ ، و نعتبر في المستوى (P) مجموعات النقط التالية :

$(\mathrm{E})=\{M(z)\in(\mathrm{P})/\mathrm{f}_a(z)\in i\mathbb{R}\}$ و $(C)=\{M(z)\in(\mathrm{P})/|\mathrm{f}_a(z)-a|=2\}$

و $(D)=\left\{M(z)\in(\mathrm{P})/\arg(\mathrm{f}_a(z)-a)\equiv\dfrac{3\pi}{4}[2\pi]\right\}$.

1)- حدد كلا من (E) و (C) ، و بين أن (D) نصف مستقيم طرفه $A(a)$ محروم من $A(a)$

محددا معادلة ديكارتية له . $(1{,}5pts)$

2)- ليكن z_0 من $\mathbb{C}-\{a\}$ و النقطة B ذات اللحق z_0 بحيث B تنتمي إلى تقاطع (C) و (D) .

أ- أكتب $\mathrm{f}_a(z_0)$ على الشكل الجبري ثم إستنتج z_0 . $(1pt)$

ب- أرسم كلا من (C) و (E) و (D) في المعلم $(O,\vec{u},\vec{v})$. $(1{,}5pts)$

إنتهى الموضوع .

➔ تخصص نقطتان إضافيتان لحسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .