

التمرين الأول: أسئلة مستقلة (5 نقط)

$$-1 \text{ بين أن : } \text{Arc tan } \frac{1}{2016} + \text{Arc tan } \left(\frac{2015}{2017} \right) = \frac{\pi}{4}$$

$$-2 \text{ أ - بين أن : } \forall (a; b) \in [0; 1]^2 : \text{Arc tan}(a) + \text{Arc tan}(b) = \text{Arc tan}\left(\frac{a+b}{1-ab}\right)$$

$$\text{ب - استنتج قيمة التعبير : } S = 5 \text{Arc tan}\left(\frac{1}{8}\right) + 2 \text{Arc tan}\left(\frac{1}{18}\right) + 3 \text{Arc tan}\left(\frac{1}{57}\right)$$

$$-3 \text{ نعتبر الدالة } g \text{ المعرفة بما يلي : } g(x) = x \sqrt{\left(1 + E\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2 + 1} \text{ . هل الدالة } g \text{ تقبل تمديدا بالاتصال في النقطة } 0.$$

$$-4 \text{ لتكن } f \text{ دالة متصلة على }]0; 1[\text{ . بين أن : } \exists \alpha \in]0; 1[: f(\alpha) = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha - 1}$$

التمرين الثاني: (6 نقط)

$$-1 \text{ حدد النهايات التالية : } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 2) \text{Arc tan}\left(\frac{3}{x^2 + 2x}\right) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3 + 2x - 1}{2x^2 - x + 1}\right) \text{Arc tan}\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt[3]{x+8} - 2} \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{x+1} \sqrt{1-x}}{x}$$

$$-2 \text{ أ - بين أن المعادلة : } x^3 + x^2 + x - 1 = 0 \text{ تقبل حلا وحيدا } \alpha \text{ في المجال }]0; 1[\text{ .}$$

$$\text{ب - استنتج حلول المعادلة : } \text{Arc tan } x + \text{Arc tan } \sqrt{x} = \frac{\pi}{4}$$

-3 التمرين الثالث: (5 نقط)

$$\text{نعتبر الدالة العددية } f \text{ المعرفة بما يلي : } f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{1-x}}$$

$$-1 \text{ حدد } D_f \text{ وبين أن } f \text{ متصلة على } D_f \text{ .}$$

$$-2 \text{ بين أن } f \text{ تقابل من }]0; 1[\text{ نحو مجال } J \text{ يتم تحديده .}$$

$$-3 \text{ حدد } f^{-1}(x) \text{ لكل } x \text{ من } J \text{ .}$$

$$-4 \text{ حل في }]0; 1[\text{ المعادلة : } \text{Arctan } f(x) = \frac{\pi}{6}$$

التمرين الرابع: (3 نقط)

$$\text{نعتبر الدالة } f \text{ المعرفة بما يلي : } f(x) = \text{Arc tan } x + x$$

$$-1 \text{ أ - بين أن } f \text{ متصلة على } \mathbb{R} \text{ .}$$

$$\text{ب - بين أن } f \text{ تزايدية قطعا على } \mathbb{R} \text{ ثم استنتج أن } f \text{ تقابل من } \mathbb{R} \text{ نحو مجال } J \text{ وجب تحديده .}$$

$$-2 \text{ أ - بين أن المعادلة } \text{Arc tan } x + x = \frac{1}{n} \text{ تقبل حلا وحيدا } x_n \text{ في } \mathbb{R} \text{ ثم تحقق أن : } 0 < x_n < 1$$

$$\text{ب - بين أن : } \forall n \in \mathbb{N}^* : x_{n+1} < x_n$$

تمرين إضافي:

$$\text{لتكن } f \text{ دالة متصلة و موجبة على } \mathbb{R}^+ \text{ و لنفترض أن : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} < 1$$

$$\text{بين أن المعادلة } f(x) = x \text{ تقبل على الأقل حلا في } \mathbb{R}^+ \text{ .}$$