ثانوية الجولان التأهيلية – بيوكرى –

السنة الدراسية: 2007-2008

السنة الثانية بكالوريا — **فرض منزلي رقم: 01**

شعبة العلوم الرياضية — **الأستاذ: مومني**

التمرين رقم :01

1 – لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي: $f(x)=\dfrac{\sqrt[4]{1+x}-\sqrt[3]{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt{1+x}}$

a – حل في المجال $[-1,+\infty[$ المعادلة : $\sqrt[3]{1+x}-\sqrt{1+x}=0$

b– استنتج أن: $D_f=]-1,0[\cup]0,+\infty[$

c– بين أن: $\left(\forall x\in D_f\right):\quad f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[12]{1+x}\left(1+\sqrt[12]{1+x}\right)}$

2 – ليكن $E(x)$ الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x

a – بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-E(x)}{x+1}=1$

b – بين أن: $\left(\forall x\in]0,+\infty[\right):\quad 0<(x+1)\left(1-\sqrt{\dfrac{2x-E(x)}{x+1}}\right)^2\le\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}\right)^2$

3 – نعتبر الدالة العددية g المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} g(x)=\left(\dfrac{x+1}{x}\right)\left(1-\cos\left(1-\sqrt{\dfrac{2-xE\left(\dfrac{1}{x}\right)}{x+1}}\right)\right) & ;\quad x\in]0,+\infty[\\ g(x)=f(x)+\dfrac{\sqrt{x^2-2x\,Arc\tan x+1}-1}{x^2} & ;\quad x\in]-1,0[\end{cases}$$

بين أنه يمكن تمديد الدالة g بالاتصال في النقطة 0

.....

التمرين رقم 02:

1 – نضع : $h(x)=8x^5-20x^2-3$

a - ضع جدولا لتغيرات الدالة h

b - بين أن المعادلة : $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 من المجال $]1,2[$

c - استنتج إشارة $h(x)$ على R

2 – نعتبر الدالة العددية g المعرفة على R بما يلي: $g(x)=x^8-4x^5-x^3+1$

a- ضع جدولا لتغيرات الدالة g

b – بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين و وحيدين x_1 و x_2 بحيث: $0\langle x_1\langle 1\langle x_0\langle x_2\langle 2$

3 – حدد حيز تعريف الدالة f المعرفة بما يلي:

$$f(x)=\frac{\sqrt[5]{-x^4-x^2+2}}{\sqrt[7]{x^8-4x^5-x^3+1}}$$

.....

التمرين رقم 03:

حل معادلات تحتوي على تعابير من Arctan

(الأسئلة الأربعة التالية مستقلة فيما بينها)

1 – ليكن α عددا حقيقيا بحيث: $\alpha=\arctan\frac{1}{3}$

a – أحسب $\tan 4\alpha$

b – استنتج حلول المعادلة: $\arctan x=4\arctan\frac{1}{3}-\frac{\pi}{4}$

2 – حل في R المعادلة التالية: $Arc\tan x=\frac{\pi}{4}+2Arc\tan\frac{1}{4}$

3 – a – تحقق أن: $2\arctan 2-Arc\tan\frac{1}{4}\rangle 0$

b – حل في R المعادلة التالية: $Arc\tan x+Arc\tan\frac{1}{4}=2Arc\tan 2$

4 – بين أن: $Arc\tan\frac{1}{3}-Arc\tan\left(2+\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{-\pi}{3}$

.....

التمرين رقم 04:

لتكن f الدالة العددية المعرفة كما يلي: $f(x)=Arc\tan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$

1 – بين أنه يوجد على الأقل عدد حقيقي α من المجال $\left]-\sqrt{3},\sqrt{3}\right[$ بحيث : $f(\alpha)=2Arc\tan\alpha$

2 – بين أن: $f(x)=2Arc\tan x\Leftrightarrow x\in\left]-1,1\right[$

(يمكن وضع $x=\tan\beta$ بحيث $\beta\in\left]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[-\left\{\frac{-\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right\}$)

3 – لتكن (E) النظمة التالية:

$$\begin{cases} f(x)=2Arc\tan x \\ \frac{\pi}{2}-2Arc\tan x=Arc\tan\left(\frac{1-x^2}{2x}\right) \end{cases}$$

بين أن مجموعة حلول النظمة (E) هي المجال $\left]0,1\right[$