

مستوى : نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x \arctan(\sqrt{-x-2}) & ; x \leq -2 \\ f(x) = \left( \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 1} \right) \sqrt{x+2} & ; x > -2 \end{cases}$$

ولیکن  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في منظم متعامد منظم  $(0, i, j)$ .

(1) دراسة قابلية اشتقاق الدالة في  $-2$ .

- 1-1- بين أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على اليمين في  $x_0 = -2$ .
- 1-2- بين أن الدالة  $f$  غير قابلة للاشتقاق على اليسار في  $x_0 = -2$ .
- 1-3- أول النتائج المحصل عليها سابقا مبيانيا.

(2) دراسة منحنى تغيرات الدالة.

- 2-1- بين أن الدالة  $f$  تزايدية قطعاً على المجال  $]-\infty, -2[$ .
- 2-2- بين أن :  $\left( \forall x \in ]-2, +\infty[ : f'(x) = \frac{g(x)\sqrt{x+2}}{2(x^2+1)^2} \right)$  حيث  $g(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 4$ .

- 2-3- ضع جدول تغيرات الدالة  $g$  على المجال  $]-2, +\infty[$ .
- 2-4- بين أن المعادلة :  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  على المجال  $]-2, +\infty[$  وأن :  $-0,5 < \alpha < -0,6$ .
- 2-5- أدرس منحنى تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $]-2, +\infty[$ .
- 2-6- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- 2-7- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ .

(3) دراسة الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة.

- 3-1- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$  ، ثم أول النتيجة مبيانيا.
- 3-2- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه المستقيم الذي معادلاته :  $y = \frac{\pi}{2}x$  بجوار  $(-\infty)$ .

(4) رسم منحنى الدالة.

- 4-1- بين أن المعادلة :  $f(x) = x$  تقبل حلاً وحيداً  $\beta$  على المجال  $]3, 4[$ .
- 4-2- بين أن :  $(\exists c \in ]-2, \alpha[) / f''(c) = 0$ .
- 4-3- أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الأضلاع  $0$ .
- 4-4- أنشئ المنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  ( نأخذ :  $f(\alpha) \approx -0,75$  و  $\beta \approx 3,5$  ).

عرب

1) لكن الدالة  $f$  المعرفة ب :  $f(x) = \pi - 2 \arctan(x^2) : (\forall x \in \mathbb{R}^+)$  بين أن :  $f(\alpha) = \alpha : (\exists \alpha \in ]1; 2])$ .

2) نعتبر المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  بحيث :  $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) ; (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$  بين أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 \leq u_n \leq \pi$ .

3) بين بالترجع أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n < \alpha < w_n$  وأن :  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  تزايدية و  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  تناقصية.

4) بين أنه يوجد  $a$  من  $]0; 1[$  بحيث :  $(\forall x \in [0; \pi]) : |f'(x)| \leq a$ .

بين أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 < w_{n+1} - v_{n+1} \leq a^2(w_n - v_n)$  و استنتج أن :  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  و  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متحاديان محددان هاتهما المشتركة.