التنقيط

التمرين 1

أسئلة مستقلة

I .أحسب نهاية المتتالية (u_n) في كل حالة من الحالات التالية 1

$$u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad ; \quad u_n = 2^n + 1$$

$$u_n = \frac{4^n - (-1)^n}{2^n - (-1)^n} \quad ; \quad u_n = n^{\frac{2}{5}} - n^{-\frac{2}{5}}$$ 2

II . لتكن (v_n) متتالية عددية بحيث : $(\forall n \in \mathbb{N}) : |v_n - 1| \leq \frac{1}{n+1}$ 0.5

III . (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 2$ و حدها الأول $u_0 = 2$

1. حدد u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim u_n$ 1
2. نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

حدد S_n بدلالة n ثم أحسب $\lim \frac{1}{n^2} S_n$ 0.5

3. حدد نهاية المتتالية $\left(\ln\left(\frac{1}{n^2} S_n\right)\right)_{n \in \mathbb{N}^*}$ 0.5

IV . نعتبر المتتالية-العددية (u_n) المعرفة بما يلي

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 4}{u_n + 3} : n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 < u_n < 2$ 1.5
2. تحقق من أن $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} - u_n = \dfrac{(2 + u_n)(2 - u_n)}{3 + u_n}$ 0.5
3. استنتج أن (u_n) متتالية متقاربة 0.5
4. نضع لكل n من $\mathbb{N}$ $v_n = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 2}$

أ. بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{5}$ حدها الأول $v_0 = -\frac{1}{3}$ 2

ب. حدد v_n بدلالة n ثم استنتج أن : $u_n = 2\dfrac{3 - \left(\frac{1}{5}\right)^n}{3 + \left(\frac{1}{5}\right)^n}$ لكل $n \in \mathbb{N}$ 1.5

ج. حدد نهاية المتتالية (u_n) 0.5

أنظر الصفحة الثانية

التنقيط

التمرين 2

الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $I=]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=2x\sqrt{x}-2+\ln x$

1. أ. بين أن $h'(x)=3\sqrt{x}+\frac{1}{x}$ لكل x من $]0;+\infty[$ — 0.75

ب. استنتج أن الدالة h تزايدية قطعا على المجال $]0;+\infty[$ — 0.5

2. أحسب $h(1)$ ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ عندما تتغير x على المجال $]0;+\infty[$ — 1

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I=]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

ليكن (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أ . أحسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة . — 0.75

ب. بين أن $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{\sqrt{x}}=0$ (يمكنك وضع $\sqrt{x}=t$) — 0.5

ج. استنتج ان $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و أن $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=0$ و اعط تأويلا هندسيا للنتيجة — 1

2. أ. بين أن $f'(x)=\frac{h(x)}{2x\sqrt{x}}$ لكل x من $]0;+\infty[$ — 1

ب. استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $[1;+\infty[$ و تناقصية قطعا على المجال $]0;1]$ — 0.5

3. أ. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (D) الذي معادلته $y=x-1$ — 0.5

ب. أنشئ المستقيم (D) و المنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ — 1.5