مادة : الرياضيات	فرض رقم 3	2 PC

التمرين الأول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^+ - \{1\}$ بما يلي : $x \neq 0$, $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$ و $f(0) = 0$

1) أ- بين أن f متصلة على يمين $x_0 = 0$

ب- بين أن $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \frac{f(x)}{x} = 0$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة

2) أ- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f)

ب- أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x>1}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x<1}} f(x)$

3) أ- بين أن المشتقة $f'(x) = \frac{x(-1+2\ln x)}{(\ln x)^2}$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

التمرين الثاني :

الجزء (1) :

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي : $x \neq 0$, $f(x) = x - x\ln x$ و $f(0) = 0$

1) أ- بين أن f متصلة على يمين $x_0 = 0$

ب- بين أن $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ و أعط تأويلبا هندسيا للنتيجة

2) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3) أ- بين أن $f'(x) = -\ln x$

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة f

4) أ- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم $(\Delta)\ y = x$

ب- أرسم المنحنى (C_f) و المستقيم $(\Delta)\ y = x$

الجزء (2) :

لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

1) بين بالترجع أن $(\forall n \in \mathbb{N})\ 0 \leq U_n \leq 1$

2) بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية

3) استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها