التمرين الأول

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ بحيث : $U_0=1$ و $U_{n+1}=\dfrac{4}{4-U_n}$

1) أ-- تحقق أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad U_{n+1}-2=\dfrac{2(U_n-2)}{2+(2-U_n)}$

ب-- بين بالترجع أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad U_n<2$

2) بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية

3) نضع $V_n=\dfrac{2}{2-U_n}$ لكل عدد طبيعي n

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية أساسها $r=1$ ثم أحسب U_n بدلالة n

ب- حدد نهاية المتتالية $(U_n)_n$

ج- حدد بدلالة n الجمع $S_n=\sum_{k=0}^{k=n}\dfrac{1}{2-U_k}$

التمرين الثاني

لتكن $(u_n)_n$ متتالية عددية بحيث : $u_0=0$ و $u_{n+1}=\sqrt{8+\dfrac{u_n^2}{3}}$

1) أ- أحسب u_1 و بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 0\le u_n<2\sqrt{3}$

ب- بين بالترجع أن $(u_n)_n$ تزايدية و استنتج أنها متقاربة

2) نضع $v_n=12-u_v^2$ لكل عدد طبيعي n

أ- بين أن $(v_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{3}$

ب- أحسب v_n و u_n بدلالة n و حدد نهاية المتتالية $(u_n)_n$

التمرين الثالث

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+34=0$

2. نعتبر في المستوى المنسوب إلى م م م $(O;\vec{e}_1;\vec{e}_2)$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي : $a=3+5i$ و $b=3-5i$ و $c=7+3i$

أ- بين أن : $b-c=2i(a-c)$

ب- استنتج طبيعة المثلث ABC وأن $BC=2AC$

ج- حدد لحق النقطة D و التي يكون من أجلها $ABCD$ متوازي أضلاع

التمرين الرابع

(I) نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة :

$(E)\quad Z^3-2(3-i)Z^2+(13-12i)Z+26i=0$

1) تحقق أن العدد $Z_0=-2i$ حلا للمعادلة (E)

2) أ) حدد العددين الحقيقين a و b بحيث يكون :

$(E)\Leftrightarrow(Z+2i)(Z^2+aZ+b)=0$ ثم حدد حلول المعادلة (E)

(II) نعتبر في المستوى المنسوب إلى م م م $(O;\vec{e}_1;\vec{e}_2)$ النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي : $z_A=-2i$ ، $z_B=3+2i$ و $z_C=7+5i$ و $z_D=4+i$ و نعتبر النقطة $E(z_E=x-3i)$ حيث $x\in\mathbb{R}$

1) أ) بين أن $|z_B-z_A|=|z_C-z_B|$ و $z_B-z_A=z_C-z_D$

ب) استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

2) حدد المجموعة (Δ) للنقط $M(m)$ بحيث $|m+2i|=|m-3-2i|$

3) أ) بين أن $\dfrac{z_E-z_B}{z_D-z_B}=\left(\dfrac{x+2}{2}\right)+\left(\dfrac{x-8}{2}\right)i$

ب) استنتج قيمة x كي تكون النقط B ; D و E مستقيمية