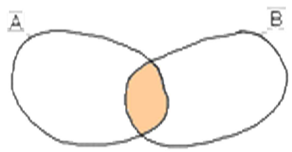
التعداد

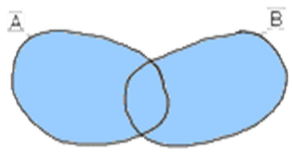
1) مبادئ أساسية حول التعداد

E مجموعة و A و B جزءان من E

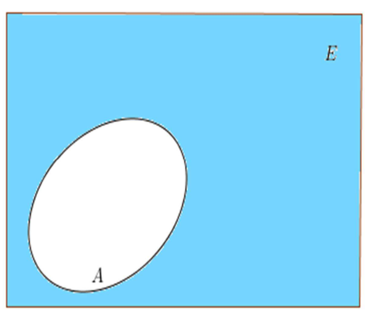
- تقاطع A و B هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى A و B في نفس الوقت (أي العناصر المشتركة بينهما) ، و نرمز لها ب : $A \cap B$
و لدينا : لكل x من E : $x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A$ و $x \in B$



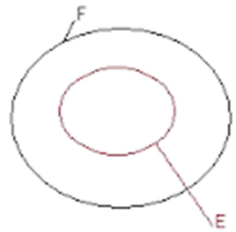
- اتحاد A و B هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى A أو إلى B و نرمز لها ب : $A \cup B$
و لدينا : لكل x من E : $x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A$ أو $x \in B$



- متممة A في E هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى E و لا تنتمي إلى A و نرمز لها ب : $\overline{A}$
و لدينا : لكل x من E : $x \in \overline{A} \Leftrightarrow x \notin A$



- نقول إن مجموعة E ضمن مجموعة F إذا كان كل عنصر من E هو عنصر من F و نكتب $E \subset F$



2) تجزئة مجموعة

E مجموعة و A_1 و A_2 و .... و A_p أجزاء من E
نقول إن الأجزاء A_1 و A_2 و .... و A_p تحدد تجزئة (أو تكون تجزيئا) للمجموعة E إذا كان :

- ✓ الأجزاء A_1 و A_2 و .... و A_p منفصلة مثنى مثنى
- ✓ كل من الأجزاء A_i $\left(1 \leq i \leq p\right)$ غير فارغ
- ✓ اتحاد هذه الأجزاء هو المجموعة E

ملاحظة :

- ❖ نرمز ب $\mathscr{P}\left(E\right)$ لمجموعة أجزاء المجموعة E
- ❖ $A \in \mathscr{P}\left(E\right) \Leftrightarrow A \subset E$

3) رئيسي مجموعة

لتكن E مجموعة منتهية (أي تحتوي على عدد منته من العناصر) .
نسمي عدد عناصر E رئيسي E و نرمز له ب : $cardE$

ملاحظة

$$card\varnothing = 0$$

4) مبدأ الجمع

لتكن E مجموعة منتهية و A_1 و A_2 و .... و A_p تجزئة ل E .

لدينا : $cardE = cardA_1 + cardA_2 + ...+ cardA_p$

لتكن E مجموعة و A و B جزءان من E، لدينا :

- إذا كان $A \cap B = \varnothing$ فإن : $card(A \cup B) = card(A) + card(B)$
- في جميع الحالات :

$$card(A \cup B) = card(A) + card(B) - card(A \cap B)$$

- $card(\overline{A}) = card(E) - card(A)$

ملاحظة :

$A \subset E$ و $A \neq \varnothing$ و $A \neq E$

A و $\overline{A}$ تحددان تجزئة ل E

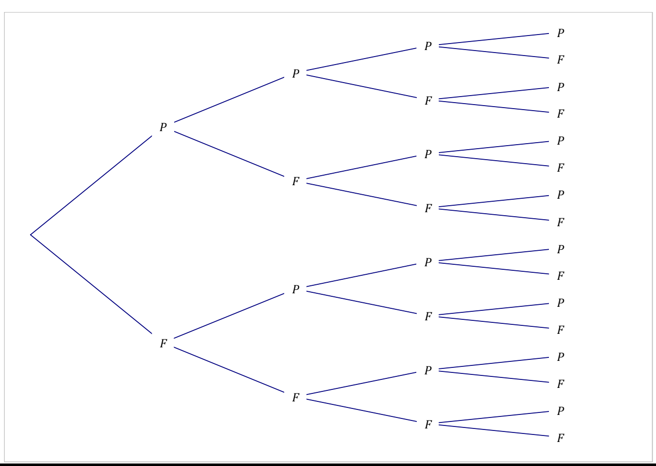
5) مبدأ الجداء (المبدأ الأساسي للتعداد)

إذا كانت في وضعية للتعداد مكونة من p مرحلة و كان عدد الاختيارات في كل مرحلة هو n_1 و n_2 و .... و n_p على التوالي

فإن عدد الإمكانيات في هذه الوضعية هو : $n_1 \times n_2 \times ....\times n_p$

ملاحظة

تساعد شجرة الإختيار في بعض الحالات على تنظيم عملية العد و استيعابها



مثال: رمي قطعة نقدية أربع مرات

6) عدد التبديلات

عدد التبديلات هو العدد $n!$ المعرف بما يلي :

$$\begin{cases} 0!=1 \\ 1!=1 \\ n!=1\times 2\times .....\times (n-1)\times n \quad (n\geq 2) \end{cases}$$

7) عدد الترتيبات

عدد الترتيبات ل p عنصر من n هو العدد A_n^p حيث $n\geq p$ و هو معرف بما يلي :

$$A_n^p=\frac{n!}{(n-p)!}=(n-p+1)\times ....\times (n-1)\times n$$

8) عدد التأليفات

عدد التأليفات ل p عنصر من n هو العدد C_n^p حيث $n\geq p$ و هو معرف بما يلي : $C_n^p=\frac{n!}{p!\times (n-p)!}=\frac{A_n^p}{p!}$

لكل n و p من $\mathbb{N}$. بحيث $1\leq p\leq n-1$ لدينا : $C_n^p=C_{n-1}^p+C_{n-1}^{p-1}$

لكل n و p من $\mathbb{N}$. بحيث $0\leq p\leq n$ لدينا : $C_n^p=C_n^{n-p}$

حدانية نيوتن

x و y عددان حقيقيان و $n\in\mathbb{N}^*$ لدينا :

$$(x+y)^n=C_n^0x^n+C_n^1x^{n-1}y+C_n^2x^{n-2}y^2+.........+C_n^px^{n-p}y^p+.........+C_n^{n-1}xy^{n-1}+C_n^ny^n$$

9) أنواع السحب