

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{6x+2} \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{6x+2} \quad (4)$$

الأجوبة:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{x-2} \text{ و } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+3}{x-2} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} x-2 = 0^- \text{ و } \lim_{x \rightarrow 2^+} x-2 = 0^+ \text{ و } \lim_{x \rightarrow 2^+} x+3 = 2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	$-$	0	$+$

$$\text{ومنه: } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{x-2} = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+3}{x-2} = +\infty$$

التأويل المبياني: المستقيم ذا المعادلة $x=2$ مقارب للمنحنى (C_f)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{2x-6} \text{ و } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{2x-6} \quad (2)$$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$2x-6$	$-$	0	$+$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} 2x-6 = 0^- \text{ و } \lim_{x \rightarrow 3^+} 2x-6 = 0^+$$

$$\text{ومنه: } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{2x-6} = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{2x-6} = +\infty$$

التأويل المبياني: المستقيم ذا المعادلة $x=3$ مقارب للمنحنى (C_f)

(3)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+5}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x} = 2 \text{ و } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+5}{x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x} = 2$$

التأويل المبياني: المستقيم ذا المعادلة $y=2$ مقارب للمنحنى (C_f)

(4)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1}{6x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{6x} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ و } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x-1}{6x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{6x} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

التأويل المبياني: المستقيم ذا المعادلة $y = \frac{1}{2}$ مقارب للمنحنى (C_f)

تمرين 5: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = x^2 + 4x + 3$.

(1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

(2) أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) أحسب مشتقة الدالة f وأدرس اشارتها

(4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

(5) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور

الأفصيل.

(6) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور

الأرتيب.

تمرين 1: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$$f(x) = \frac{2x-1}{3x-6}$$

حدد $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ وأول النتيجةين هندسيا

الأجوبة:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1}{3x-6}$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$3x-6$	$-$	0	$+$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} 3x-6 = 0^- \text{ و } \lim_{x \rightarrow 2^+} 3x-6 = 0^+ \text{ و } \lim_{x \rightarrow 2^+} 2x-1 = 3$$

ومنه: $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

التأويل المبياني: المستقيم ذا المعادلة $x=2$ مقارب للمنحنى (C_f)

تمرين 2: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كالتالي:

$$f(x) = \frac{x+3}{2x+2}$$

حدد $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ وأول النتيجةين هندسيا

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x+3}{2x+2} \text{ و } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x+3}{2x+2} \text{ : } \text{الأجوبة:}$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$2x+2$	$-$	0	$+$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} 2x+2 = 0^- \text{ و } \lim_{x \rightarrow -1^+} 2x+2 = 0^+ \text{ و } \lim_{x \rightarrow -1^+} x+3 = 2$$

ومنه: $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$

التأويل المبياني: المستقيم ذا المعادلة $x=-1$ مقارب للمنحنى (C_f)

تمرين 3: نعتبر الدالة العددية f

$$f(x) = \frac{6x+1}{2x-5} \text{ للمتغير الحقيقي } x \text{ المعرفة كالتالي:}$$

حدد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وأول النتيجةين هندسيا

الأجوبة:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x}{2x} = \frac{6}{2} = 3 \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x}{2x} = \frac{6}{2} = 3$$

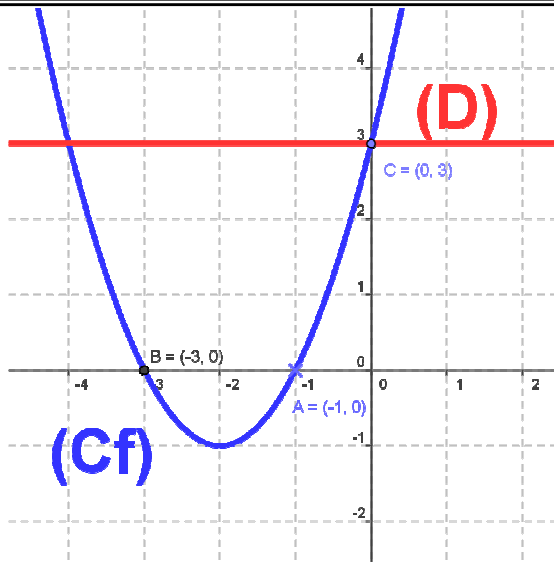
التأويل المبياني: المستقيم ذا المعادلة $y=3$ مقارب للمنحنى (C_f)

تمرين 4: أحسب النهايات التالية و أول ميانيا النتائج:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+3}{x-2} \text{ و } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+3}{x-2} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{2x-6} \text{ و } \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{2x-6} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+5}{x+2} \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+5}{x+2} \quad (3)$$



8) تحديد نقط تقاطع (C_f) و (D) .

نحل المعادلة: $f(x) = y$ يعني $x^2 + 4x + 3 = 3$

يعني $x^2 + 4x = 0$ يعني $x(x+4) = 0$ يعني $x = 0$ أو $x = -4$
يعني $x = 0$ أو $x = -4$

ومنه نقط التقاطع هم: $E(0;3)$ و $F(-4;3)$

تمرين 6: لكن f دالة معرفة ب: $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

2) أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3) أحسب مشتقة الدالة f وأدرس اشارتها

4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

5) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفصائل.

6) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتاب.

7) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

الأجوبة:

1) الدالة f حدودية اذن $D_f = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^2 + 2x + 3 = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^2 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^2 + 2x + 3 = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^2 = -\infty$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : f'(x) = (-x^2 + 2x + 3)' = -2x + 2$$

$$f'(x) = 0 \text{ يعني } -2x + 2 = 0 \text{ يعني } x = 1$$

ندرس اشارة: $f'(x)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$-2x+2$	$+$	0	$-$

إذا كانت: $x \in [1; +\infty[$ فان: $f'(x) \leq 0$ ومنه f تناقصية

إذا كانت: $x \in]-\infty; 1]$ فان: $f'(x) \geq 0$ ومنه f تزايدية

4) نلخص النتائج في جدول يسمى جدول التغيرات:

7) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f و المستقيم (D) الذي

معادلته $y = 3$: (D) في معلم متعامد ممنظم $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

8) حدد نقط تقاطع (C_f) و (D) .

9) حل ميانيا في \mathbb{R} المتراحة $x^2 + 4x \geq 0$.

الأجوبة: 1) الدالة f حدودية اذن $D_f = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 4x + 3 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 + 4x + 3 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : f'(x) = (x^2 + 4x + 3)' = 2x + 4$$

$$f'(x) = 0 \text{ يعني } 2x + 4 = 0 \text{ يعني } x = -2$$

ندرس اشارة: $f'(x)$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$2x+4$	$-$	0	$+$

إذا كانت: $x \in [-2; +\infty[$ فان: $f'(x) \geq 0$ ومنه f تزايدية

إذا كانت: $x \in]-\infty; -2]$ فان: $f'(x) \leq 0$ ومنه f تناقصية

4) نلخص النتائج في جدول يسمى جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	$+\infty$

5) تحديد نقط التقاطع مع محور الأفصائل

نحل المعادلة: $f(x) = 0$ يعني $x^2 + 4x + 3 = 0$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$$a = 1 \text{ و } b = 4 \text{ و } c = 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 16 - 12 = 4 = (2)^2 > 0$$

بما أن $\Delta > 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-4 - \sqrt{4}}{2 \times 1} = \frac{-4 - 2}{2 \times 1} = -3 \text{ و } x_1 = \frac{-4 + \sqrt{4}}{2 \times 1} = \frac{-4 + 2}{2 \times 1} = -1$$

ومنه نقط التقاطع هم: $A(-1; 0)$ و $B(-3; 0)$

6) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتاب

نحسب فقط: $f(0)$

$$f(0) = 3 \text{ ومنه نقطة التقاطع هي: } C(0; 3)$$

7) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f و المستقيم (D) : $y = 3$

x	-4	-3	-2	-1	0	1
$f(x)$	3	0	-1	0	3	8

(5) حدد نقط تقاطع المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأفصائل.

(6) حدد نقط تقاطع المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتيب.

(7) أرسم المنحنى الممثل للدالة f

الأجوبة: (1) الدالة f حدودية ان $D_f = \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 - 2x - 3 = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^2 - 2x - 3 = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^2 = +\infty$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : f'(x) = (2x^2 - 2x - 3)' = 4x - 2$$

$$f'(x) = 0 \text{ يعني } 4x - 2 = 0 \text{ يعني } x = \frac{1}{2}$$

ندرس اشارة : $f'(x)$

x	$-\infty$	$1/2$	$+\infty$
$4x-2$	$-$	0	$+$

اذا كانت: $x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty \right[$ فان : $f'(x) \geq 0$ ومنه f تزايديه

اذا كانت: $x \in \left] -\infty; \frac{1}{2} \right]$ فان : $f'(x) \leq 0$ ومنه f تناقصية

(4) نلخص النتائج في جدول يسمى جدول التغيرات :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{7}{2}$	$+\infty$

(5) تحديد نقط التقاطع مع محور الأفصائل

$$\text{نحل المعادلة : } f(x) = 0 \text{ يعني } 2x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\text{نحل المعادلة باستعمال المميز}$$

$$a = 2 \text{ و } b = -2 \text{ و } c = -3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 4 + 24 = 28 > 0$$

بما أن $\Delta > 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{7}}{2} \text{ و } x_1 = \frac{2 + \sqrt{28}}{2 \times 2} = \frac{2 + \sqrt{4 \times 7}}{2 \times 2} = \frac{2 + 2\sqrt{7}}{2 \times 2} = \frac{1 + \sqrt{7}}{2}$$

$$\text{ومنهم نقط التقاطع هم : } A\left(\frac{1 + \sqrt{7}}{2}; 0\right) \text{ و } B\left(\frac{1 - \sqrt{7}}{2}; 0\right)$$

(6) نقط تقاطع المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتيب

نحسب فقط : $f(0)$

$$f(0) = -3 \text{ ومنه نقطة التقاطع هي : } C(0; -3)$$

(7) رسم المنحنى الممثل للدالة f

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	4	$-\infty$

(5)

تحديد نقط التقاطع مع محور الأفصائل نحل المعادلة :

$$f(x) = 0 \text{ يعني } -x^2 + 2x + 3 = 0$$

نحل المعادلة باستعمال المميز

$$a = -1 \text{ و } b = 2 \text{ و } c = 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4 \times (-1) \times 3 = 4 + 12 = 16 = (4)^2 > 0$$

بما أن $\Delta > 0$ فان هذه المعادلة تقبل حلين هما:

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ و } x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-2 - \sqrt{16}}{-2} = 3 \text{ و } x_1 = \frac{-2 + \sqrt{16}}{-2} = -1$$

ومنهم نقط التقاطع هم : $A(-1; 0)$ و $B(3; 0)$

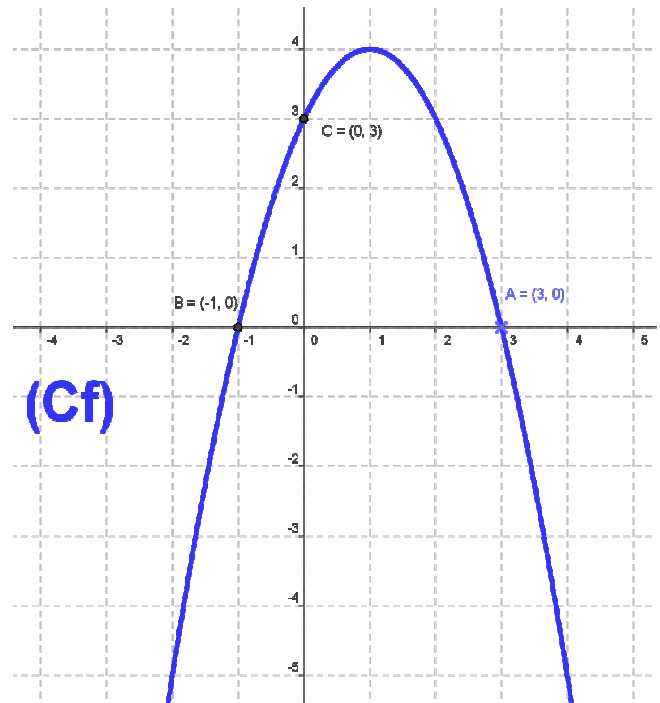
(6) نقط تقاطع المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتيب

نحسب فقط : $f(0)$

$$f(0) = 3 \text{ ومنه نقطة التقاطع هي : } C(0; 3)$$

(7) رسم : C_f

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-5	0	3	4	3	0	-5



تمرين 7: لتكن f دالة معرفة ب: $f(x) = 2x^2 - 2x - 3$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

(2) أحسب النهايات التالية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(3) أحسب مشتقة الدالة f وأدرس اثارها

(4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

طريقة 1 :

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad \text{نستعمل القاعدة التالية :} \quad g(x) = \frac{2x+1}{x+1} \quad (10)$$

$$g'(x) = \left(\frac{2x+1}{x+1}\right)' = \frac{(2x+1)'(x+1) - (2x+1)(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{2(x+1) - 1 \times (2x+1)}{(x+1)^2}$$

$$D \text{ من } x \text{ لكل } g'(x) = \frac{2x+2-2x-1}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

طريقة 2 :

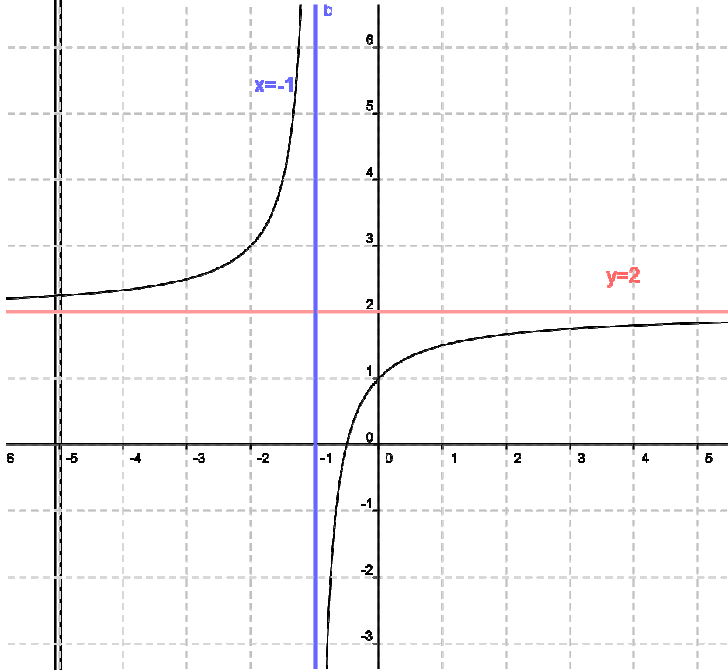
$$g'(x) = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2} \quad \text{لكل } x \text{ من } D \text{ لدينا:}$$

$$(\forall x \in D) g'(x) > 0 \quad \text{يعني:}$$

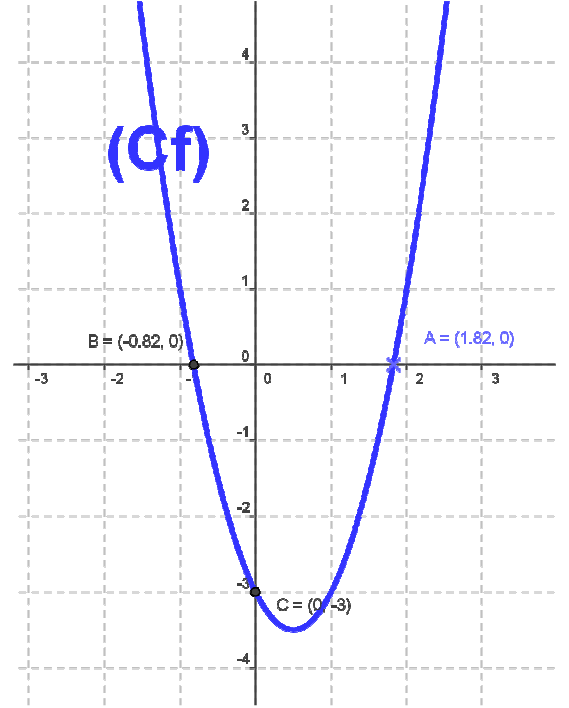
(4) جدول تغيرات الدالة.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$g'(x)$	+		+
$g(x)$	$2 \rightarrow +\infty$		$-\infty \rightarrow 2$

منحنى الدالة g .



x	-2	-1	0	1/2	1	2	3
$f(x)$	9	1	-3	-7/2	-3	1	9



تمرين 8: نعتبر الدالة العددية g المعرفة بـ: $g(x) = \frac{2x+1}{x+1}$

1. حدد حيز تعريف الدالة g .
2. أحسب نهايات الدالة g في محددات حيز التعريف و أول النتائج هندسياً.
3. أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة g .
4. أنشئ منحنى الدالة g .

الأجوبة :

(1) حيز تعريف الدالة g هو: $D = \{x \in \mathbb{R} / x+1 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{-1\}$

و منه $D =]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x} = 2 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2 \quad \text{و}$$

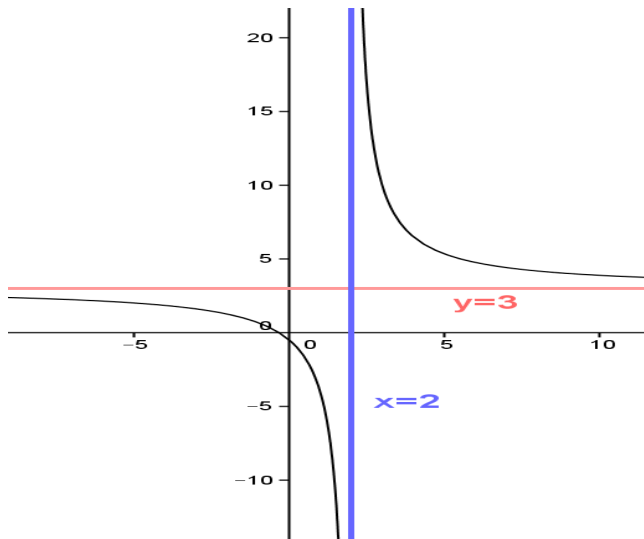
يعني المستقيم ذا المعادلة $y = 2$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f) .

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+1}{x+1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x+1}{x+1} = +\infty \quad \text{و}$$

يعني المستقيم ذا المعادلة $x = -1$ مقارب عمودي للمنحنى.

(3) حساب الدالة المشتقة :



تمرين 9: نعتبر الدالة العددية g المعرفة بـ: $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$

- (1) حدد حيز تعريف الدالة f .
- (2) أحسب نهايات الدالة f في محددات حيز التعريف و أول النتائج هندسياً.
- (3) أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .
- (4) املأ الجدول التالي:

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$							

(5) أنشئ منحنى الدالة f .

الأجوبة:

(1) حيز تعريف الدالة f هو: $D = \{x \in \mathbb{R} / x - 2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{2\}$

و منه $D =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{x} = 3 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x} = 3$$

يعني المستقيم ذا المعادلة $y = 3$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f) .

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+1}{x-2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+1}{x-2} = -\infty$$

يعني المستقيم ذا المعادلة $x = 2$ مقارب عمودي للمنحنى.

(3) **طريقة 1:**

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad \text{نستعمل القاعدة التالية: } f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$$

لكل x من D لدينا:

$$g'(x) = \left(\frac{3x+1}{x-2}\right)' = \frac{(3x+1)'(x-2) - (3x+1)(x-2)'}{(x-2)^2} = \frac{3(x-2) - 1 \times (3x+1)}{(x-2)^2}$$

$$D \text{ من } x \text{ لكل } f'(x) = \frac{3x-6-3x-1}{(x-2)^2} = \frac{-7}{(x-2)^2} \leq 0$$

$$f'(x) = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}}{(x-2)^2} = \frac{-7}{(x-2)^2} \quad \text{لكل } x \text{ من } D \text{ لدينا:}$$

يعني: $(\forall x \in D) f'(x) < 0$

جدول تغيرات الدالة.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	3	$-\infty$	3

(4)

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	2/3	-1/2	-4		10	13/2	4

(5)

تمرين 10: لتكن f دالة معرفة بـ: $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

(2) أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

و $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$

(3) أحسب مشتقة الدالة f وأدرس إشارتها

(4) حدد جدول تغيرات الدالة f .

(5) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور

الأفصائل.

(6) حدد نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور

الأرتاب.

(7) أرسم (C_f) المنحنى الممثل للدالة f

الأجوبة:

(1) حيز تعريف الدالة f هو: $D = \{x \in \mathbb{R} / x + 2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{-2\}$

و منه $D =]-\infty, -2[\cup]-2, +\infty[$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x} = 2 \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x} = 2$$

يعني المستقيم ذا المعادلة $y = 2$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f) .

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$	-	0	+

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x+3}{x+2} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x+3}{x+2} = +\infty$$

يعني المستقيم ذا المعادلة $x = -2$ مقارب عمودي للمنحنى.

(3) **طريقة 1:**

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad \text{نستعمل القاعدة التالية: } f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$$

لكل x من D لدينا:

$$g'(x) = \left(\frac{2x+3}{x+2} \right)' = \frac{(2x+3)'(x+2) - (2x+3)(x+2)'}{(x+2)^2} = \frac{2(x+2) - 1 \times (2x+3)}{(x+2)^2}$$

$$D \text{ من } x \text{ لكل } f'(x) = \frac{2x+4-2x-3}{(x+2)^2} = \frac{1}{(x+2)^2} > 0$$

$$f'(x) = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{(x+2)^2} = \frac{1}{(x+2)^2} \text{ لكل } x \text{ من } D \text{ لدينا:}$$

يعني: $(\forall x \in D) f'(x) > 0$

(4) جدول تغيرات الدالة.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

(5) تحديد نقط التقاطع مع محور الأفاسيل نحل المعادلة:

$$2x+3=0 \text{ يعني } \frac{2x+3}{x+2}=0 \text{ يعني } f(x)=0$$

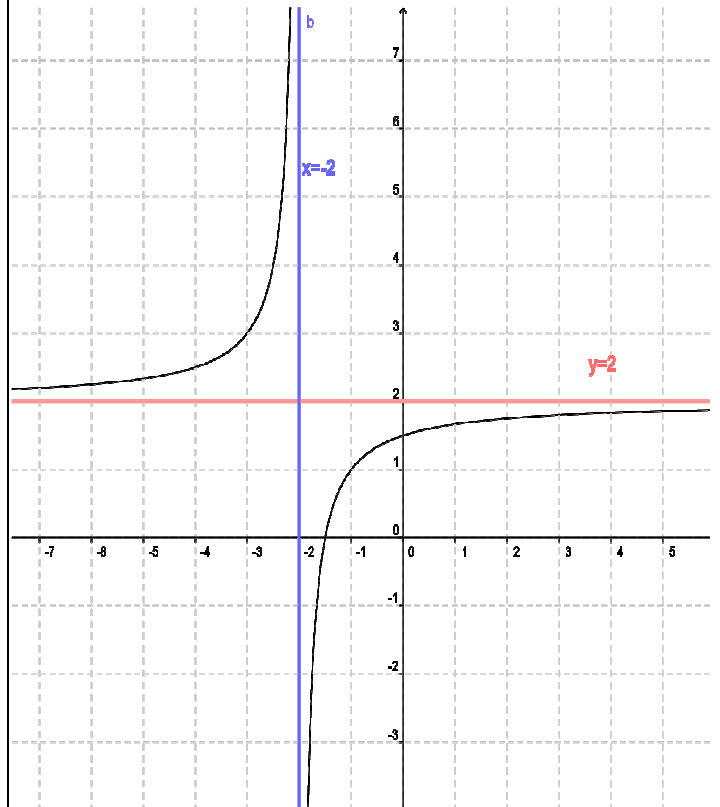
$$A\left(\frac{-3}{2}; 0\right): \text{ يعني } x = \frac{-3}{2} \text{ ومنه نقطة التقاطع مع محور الأفاسيل هي}$$

(6) نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتاب

نحسب فقط: $f(0)$

$$B\left(0; \frac{3}{2}\right): \text{ ومنه نقطة التقاطع هي}$$

(7) رسم: C_f



تمرين 11: نعتبر الدالة f

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x \text{ المعرفة كالتالي:}$$

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f .

2. أدرس زوجية الدالة f .

3. أحسب نهايات الدالة f عند محددات D_f .

4. أحسب مشتقة الدالة f و أدرس إشارتها

5. حدد جدول تغيرات الدالة f .

6. حدد معادلة لمماس المنحني (C_f) الممثل للدالة f في النقطة

A التي أفصولها $x_0 = -1$

7. حدد نقط تقاطع المنحني (C_f) الممثل للدالة مع محوري المعلم.

8. أرسم المنحني (C_f) الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم

$$\text{الأجوبة: } f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$$

(1) $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

(2) إذا كانت $x \in \mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}$

$$(ب) f(-x) = \frac{1}{3}(-x)^3 - 4(-x) = -\frac{1}{3}x^3 + 4x = -\left(\frac{1}{3}x^3 - 4x\right) = -f(x)$$

ومنه دالة فردية

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

لأن نهاية دالة حدودية عند ما لانهاية هي نهاية حدها الأكبر درجة

$$(4) f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 4x\right)' = \frac{1}{3} \times 3x^2 - 4 = x^2 - 4$$

$$(x-2)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ أو } x = 2$$

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
x^2-4	+	0	-	0

(5)

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	$-\infty$	$\frac{16}{3}$	$-\frac{16}{3}$	$+\infty$

(6) معادلة لمماس ل (C_f) في النقطة A التي أفصولها $x_0 = -1$

$$f'(-1) = -3 \text{ و } f(-1) = \frac{11}{3} \text{ و } y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$y = -3x + \frac{2}{3} \Leftrightarrow y = \frac{11}{3} - 3(x+1) \Leftrightarrow y = f(-1) + f'(-1)(x+1)$$

(7) أ) نقط تقاطع (C_f) المنحني الممثل للدالة f مع محور الأفاسيل

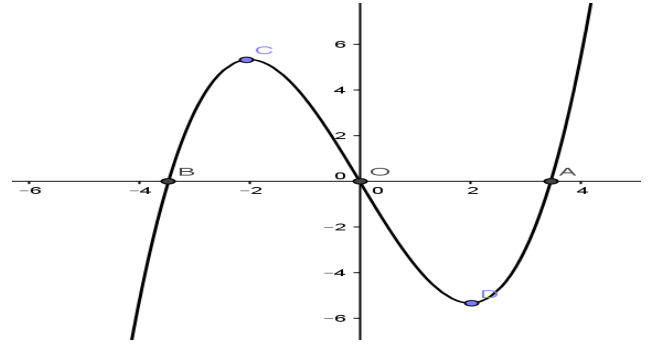
$$\text{نحل فقط المعادلة: } f(x) = 0 \text{ يعني } \frac{1}{3}x^3 - 4x = 0$$

$$\text{يعني } x\left(\frac{1}{3}x^2 - 4\right) = 0 \text{ يعني } x = 0 \text{ أو } \frac{1}{3}x^2 - 4 = 0$$

$$\text{يعني } x = 0 \text{ أو } x^2 = 12 \text{ يعني } x = \sqrt{12} \text{ أو } x = -\sqrt{12}$$

$$\text{يعني } x = 0 \text{ أو } x = 2\sqrt{3} \text{ أو } x = -2\sqrt{3}$$

ومنه نقط التقاطع هم : $A(2\sqrt{3};0)$ و $B(-2\sqrt{3};0)$ و $O(0;0)$
 (ب)نقط تقاطع (C_f) المنحنى الممثل للدالة f مع محور الأرتيب
 نحسب فقط : $f(0)$ لدينا $f(0)=0$ ومنه نقطة التقاطع هي: $O(0;0)$
 (8)التمثيل المبياني للدالة f



تمرين 12: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي :

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

ليكن (C_f) الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (o, \vec{i}, \vec{j})

1. أحسب نهايات الدالة f عند محداث مجموعة التعريف
2. أحسب مشتقة الدالة f و أدرس إشارتها
3. ضع جدول تغيرات الدالة f .

4. حدد معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $A(1;2)$

5. أحسب $f(-1)$ و $f(2)$ وأنشئ (C_f) و (T) .

الأجوبة: $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

لأن نهاية دالة حدودية عند $+\infty$ و $-\infty$ هي نهاية حددها الأكبر درجة

$$f'(x) = (x^3 - 3x^2 + 4)' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2) \quad (2)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow 3x = 0 \text{ أو } x-2 = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x = 2$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$3x(x-2)$	+	0	-	0	+

(3)

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

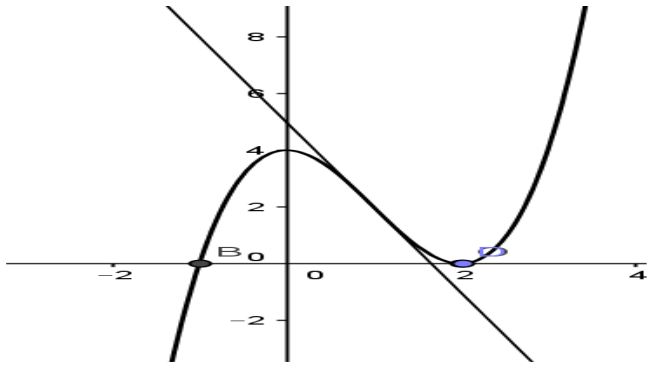
4) معادلة لمماس (C_f) في النقطة A التي أفصولها $x_0 = 1$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \text{ و } f(1) = 2 \text{ و } f'(1) = -3$$

$$y = -3x + 5 \Leftrightarrow y = 2 - 3(x-1) \Leftrightarrow y = f(1) + f'(1)(x-1)$$

5) التمثيل المبياني للدالة f

$$f(2) = 0 \text{ و } f(-1) = 0$$



تمرين 13: نعتبر الدالة f المعرفة

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

(1) حدد D_f حيز تعريف الدالة f

(2) أحسب نهايات الدالة f عند محداث

(3) أحسب مشتقة الدالة f و أدرس إشارتها

(4) حدد جدول تغيرات الدالة f

(5) حدد معادلة لمماس المنحنى (C_f) الممثل

للدالة f في النقطة A التي أفصولها $x_0 = -1$

(6) أرسم المنحنى (C_f) معلم متعامد ممنظم

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

(1) $D_f = \mathbb{R}$ لأنها دالة حدودية

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

$$f'(x) = (x^3 - 3x^2 + 1)' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2) \quad (3)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow 3x = 0 \text{ أو } x-2 = 0$$

$$x = 0 \text{ أو } x = 2$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$3x(x-2)$	+	0	-	0	+

(4)

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

5) معادلة لمماس (C_f) في النقطة A التي أفصولها $x_0 = 1$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \text{ و } f(1) = -1 \text{ و } f'(1) = -3$$

$$y = -3x + 2 \Leftrightarrow y = -1 - 3(x-1) \Leftrightarrow y = f(1) + f'(1)(x-1)$$

6) التمثيل المبياني للدالة f

