الدارة RLC المتوالية في النظام الجيبي القسري .
تمارين

تمرين 1

نطبق بين مربطي وشيعة(r=10Ω,L=0.1H) توترا جيبيا :

$$u = 10\sqrt{2}\cos 100\pi t$$

1ـ أحسب ممانعة هذه الدارة .

2ـ ما هو طور $\varphi_{i/u}$ الشدة اللحظية i (t) بالنسبة للتوتر u (t) ؟

3 ـ أوجد تعبير الشدة اللحظية i(t) .

تمرين 2

يمر في دارة (R ,L,C) على التوالي تيار متناوب جيبي شدته اللحظية (بmA) :

i(t)=13.5cos300t

نعطي R=110 Ω و L=250mH و C=12μF

باعتمادك على إنشاء فرينيل المناسب لهذه الدارة :

1 ـ احسب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب (R ,L,C) .

2 ـ احسب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر $\varphi_{i/u}$.

تمرين 3

I ـ تشتمل دارة كهربائية على المركبات التالية :

ـ موصل أومي مقاومته R=24Ω .

ـ مكثف سعته C .

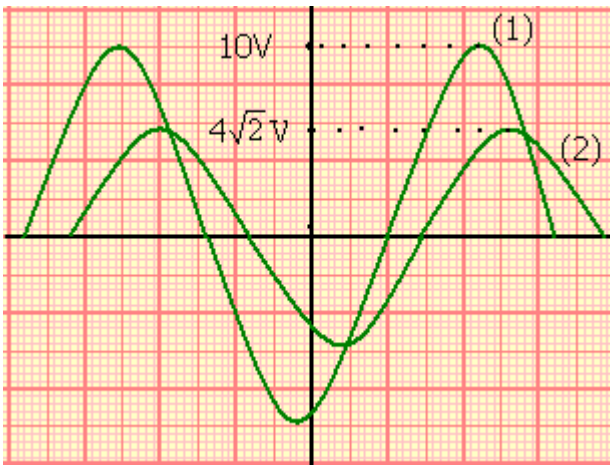
ـ وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية r .

نغذي المجموعة الكهربائية المركبة على التوالي بمولد GBF بتوتر متناوب جيبي $u(t)=U_m\cos 2\pi Nt$

بحيث أن U_m=10V والتردد N قابل للضبط .

الشدة اللحظية للتيار الكهربائي هي $i(t) = I\sqrt{2}\cos\left(2\pi Nt + \varphi_{i/u}\right)$

1 ـ بواسطة راسم التذبذب ذي مدخلين نعاين في المدخل Y_1 التوتر u(t) وفي المدخل Y_2 التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي .



على تبيانة واضحة بين الكيفية التي يتم بها ربط راسم التذبذب .

2 ـ عند ضبط التردد على القيمة N=202Hz نلاحظ على شاشة راسم التذبذب المنحنيان (1) و (2) في الشكل جانبه .

2 ـ 1 بين أن المنحنى (1) يمثل التوتر u(t) واستنتج طبيعة الدارة (تحريضية ، كثافية أو مكافئة لموصل أومي)

2 ـ 2 حدد القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I و الطور $\varphi_{i/u}$

3 ـ بإنشاء فرينل وباختيار سلم $1\text{cm} \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}\text{Volt}$ أوجد

قيمة مقاومة الوشيعة r وسعة المكثف C

4 ـ نحتفظ ب U_m ثابتة ونغير التردد على أساس الحصول على توافق في الطور بين u(t) و $u_R(t)$

4 ـ 1 ما اسم الظاهرة المحصل عليها ؟

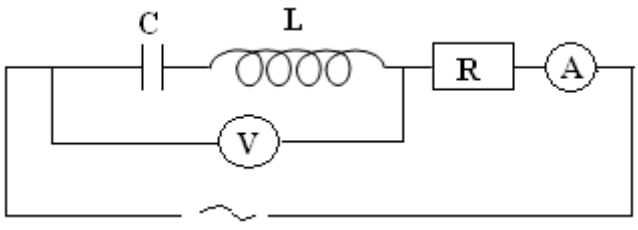
4 ـ 2 لتحقيق هذه الظاهرة هل نقوم بالزيادة لقيمة N أو بنقصانها ؟ علل الجواب .

تمرين4

تشتمل دارة كهربائية على العناصر التالية مركبة على التوالي :

مكثف سعته C=5μF و وشيعة معامل تحريضها L=0,5H ومقاومتها الداخلية مهملة وموصل أومي مقاومته R=10Ω وأمبيرمتر مقاومتها مهملة .

نغذي الدارة بتوتر كهربائي متناوب جيبي



$u(t) = 20\cos 2\pi Nt$. فولطمتر ذي مقاومة كبيرة جدا مركبة بين مربطي (C,L) .

1 ـ عندما نغير التردد N ونضبطه على القيمة N_0 نلاحظ أن الفولطمتر تشير إلى قيمة منعدمة أي أن التوتر منعدما .

1 ـ 1 فسر إشارة الفولطمتر . واستنتج قيمة التردد N_0 .

1 ـ 2 أعط تعبيري الشحنة q(t) والشدة i(t) بالنسبة ل $N=N_0$.

1 ـ 3 أعط تعبير الطاقة الكلية E للمتذبذب (R,L,C) في لحظة t بالنسبة لتردد N .

1 ـ 4 بين أن الطاقة الكلية E ثابتة بالنسبة ل $N=N_0$ واحسب E بالنسبة لهذه القيمة (N_0) .

1 ـ 5 عرف واحسب معامل فوق التوتر عند الرنين بالنسبة لهذه الدارة .

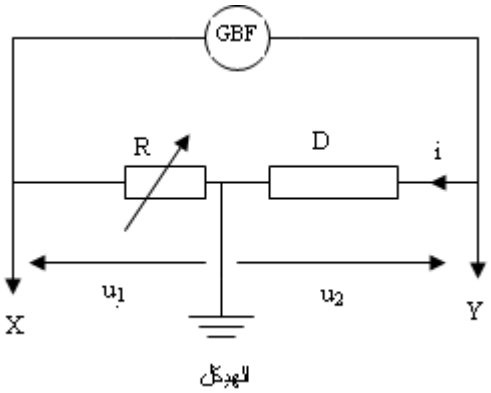
2 ـ نضبط التردد N على قيمة N_1 =90Hz . تعبير الشدة اللحظية للتيار الكهربائي المار في الدارة هو :

$i(t) = I\cos(\omega_1 t + \varphi)$

2 ـ 1 باستعمال إنشاء فرينل ، حدد الشدة I و الطور φ . هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟

2 ـ 2 أحسب معامل القدرة لهده الدارة والقدرة المتوسطة المستهلكة بالنسبة للقيمة N_1 . ـ

<u>تمرين 5</u>

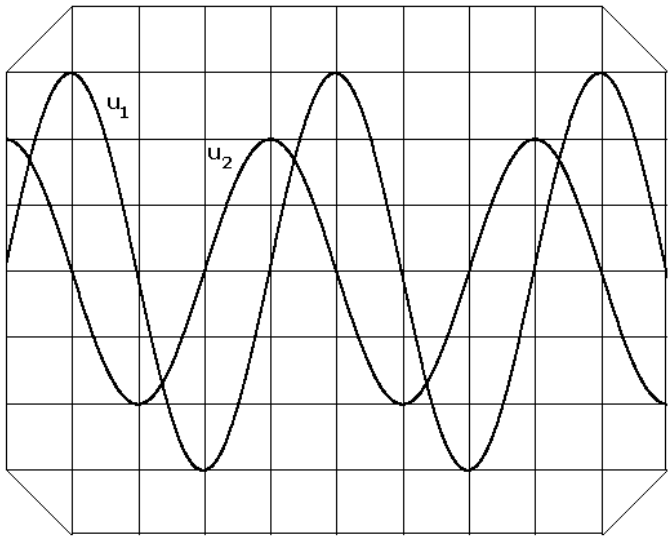


تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل 1 من :

- موصل أومي مقاومته R قابلة للضبط .
- ثنائي قطب D طبيعته مجهولة , لكنه لا يمكن أن يكون إلا مكثفا أو وشيعة مقاومتها مهملة .
- مولد ذي تردد منخفض G.B.F يزود الدارة بتيار كهربائي متناوب جيبي شدته اللحظية : $i(t)=I_m \cos \omega t$.

1 ـ نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر $u_1(t)$ بين مربطي الموصل الأومي والتوتر $u_2(t)$ بين مربطي ثنائي القطب D . فنحصل على الرسم المبين في الشكل أسفله .

وذلك بعد ضبط الكسح الأفقي على 5.10^{-3}s/div. و الحساسية الرأسية على 1V/div. .



1 ـ1 حدد مبيانيا :

أ ـ القيمتين القصويتين U_{1m} و U_{2m} للتوترين u_1 و u_2 ,

ب ـ طور u_2 بالنسبة ل i(t) تم استنتج طبيعة ثنائي القطب D .

1 ـ 2 أوجد قيمة المقدار الفيزيائي الذي يميز ثنائي القطب D

علما أن $R=300\Omega$.

2 ـ استنتج التعبير $u_2(t)$, $u_1(t)$, i(t) .

تمرين 6

تغدي ثنائي القطب AB بتوتر جيبي $u(t) = 40\sqrt{2}\cos 100\pi t$

يتكون ثنائي القطب AB من تجميع لثنائيات القطب D_1 و D_2 :

D_1 موصل أومي مقاومته $R_1=7\Omega$.

D_2 وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية R_2 .

تشير الفولطمتر عندما نركبها بين مربطي D_1 إلى التوتر الفعال $U_1=14V$ وعندما نركبها بين مربطي D_2 تشير إلى $U_2=30V$.

1 ـ أحسب الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB .

2 ـ أحسب الممانعة Z_2 للوشيعة والممانعة Z لثنائي القطب AB .

3 ـ أعط إنشاء فرينل بالنسبة لهذه الممانعات . واحسب قيم L وR_2 .

4 ـ احسب فرق الطور φ_2 للتوتر بالنسبة للشدة i(t) .

5 ـ أحسب فرق الطور φ_1 للتوتر بين مربطي ثنائي القطب AB بالنسبة للشدة i(t) .

الدارة RLC المتوالية في النظام الجيبي القسري .
تمارين

تمرين 1

نطبق بين مربطي وشيعة(r=10Ω,L=0.1H) توترا جيبيا :

$$u = 10\sqrt{2}\cos 100\pi\, t$$

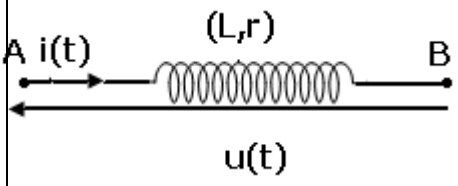
1ـ أحسب ممانعة هذه الدارة .

2ـ ما هو طور $\varphi_{i/u}$ الشدة اللحظية i (t) بالنسبة للتوتر u (t) ؟

3 ـ أوجد تعبير الشدة اللحظية i(t) .

الجواب :

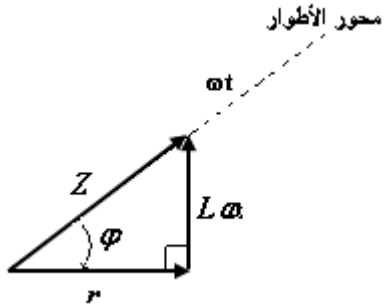
1 ـ ممانعة الدارة



حسب إنشاء فرينل لدينا بين مربطي الوشيعة $u(t) = ri(t) + L\frac{di}{dt}$ نضع

$$i(t) = I_m \cos(100\pi t + \varphi)$$

$$10\sqrt{2}\cos 100\pi t = rI_m \cos(100\pi t + \varphi) + L\omega I_m \cos\left(100\pi t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$



بحيث أن $Z = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2}$ و $r = 10\Omega, L = 0,1H$ و $\omega = 100\pi$

$$Z = 104,8\Omega$$

2 ـ طور الشدة اللحظية i بالنسبة للتوتر u هو : $\varphi = -\varphi_{i/u}$

أي أن $\tan\varphi = \frac{L\omega}{r} = \frac{0,1.100\pi}{10} = \pi$ أو $\varphi = 72,34°$

$$\varphi = \frac{2\pi}{5} rad$$

$$\varphi_{i/u} = -\frac{2\pi}{5} rad$$

3 ـ تعبير الشدة اللحظية i هو :

نحسب I_m . نطبق العلاقة $U_m = ZI_m \Rightarrow I_m = \frac{U_m}{Z} = 0,13A$ وبالتالي :

$$i(t) = 0,13\cos\left(100\pi t - \frac{2\pi}{5}\right)$$

تمرين 2

يمر في دارة (R ,L,C) على التوالي تيار متناوب جيبي شدته اللحظية (بmA) : i(t)=13.5cos300t

نعطي R=110 Ω . و L=250mH و C=12μF

باعتمادك على إنشاء فرينيل المناسب لهذه الدارة :

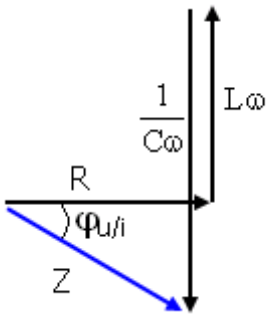
1 ـ احسب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب (R ,L,C) .

2 ـ احسب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر $\varphi_{i/u}$.

الجواب :

إنشاء فرينل للدارة R,L,C

هل الدارة حثية أم كثافية ؟ في هذه الحالة نقارن بين Lω و $\frac{1}{C\omega}$ بحيث أن ω=300rad/s



$L\omega = 75$ و $\frac{1}{C\omega} = 277,7$ وبالتالي $\frac{1}{C\omega} < L\omega$ أي أن الدارة كثافية

وإنشاء فرينل سيكون على الشكل التالي :

1 ـ حساب التوتر الفعال بين مربطي ثنائي القطب R,L,C

نطبق العلاقة التالية :

$$U_m = ZI_m \Rightarrow U = ZI$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2} = 230,7\Omega$$

ولدينا I=9,54mA وبالتالي $U = 2,2V$

2 ـ حساب طور شدة التيار بالنسبة للتوتر :

$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = 0,40$ أي أن $\varphi_{i/u} = 0,37\pi$

تمرين 3

I ـ تشتمل دارة كهربائية على المركبات التالية :

ـ موصل أومي مقاومته $R=24\Omega$.

ـ مكثف سعته C .

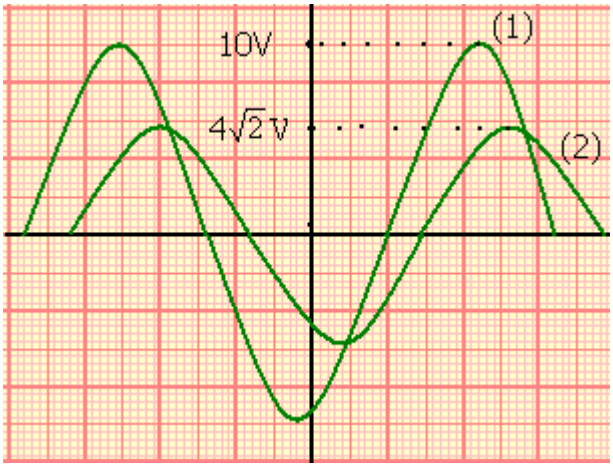
ـ وشيعة معامل تحريضها L =1H ومقاومتها الداخلية r .

نغدي المجموعة الكهربائية المركبة على التوالي بمولد GBF بتوتر متناوب جيبي $u(t)=U_m\cos 2\pi Nt$

بحيث أن $U_m=10V$ والتردد N قابل للضبط .

الشدة اللحظية للتيار الكهربائي هي $i(t) = I\sqrt{2}\cos(2\pi Nt + \varphi_{i/u})$

1 ـ بواسطة راسم التذبذب ذي مدخلين نعاين في المدخل Y_1 التوتر u(t) وفي المدخل Y_2 التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي .



على تبيانة واضحة بين الكيفية التي يتم بها ربط راسم التذبذب .

2 ـ عند ضبط التردد على القيمة N=202Hz نلاحظ على شاشة راسم التذبذب المنحنيان (1) و (2) في الشكل جانبه .

2 ـ 1 بين أن المنحنى (1) يمثل التوتر u(t) واستنتج طبيعة الدارة (تحريضية ، كثافية أو مكافئة لموصل أومي)

2 ـ 2 حدد القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I و الطور $\varphi_{i/u}$

3 ـ بإنشاء فرينل وباختيار سلم $1cm \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}Volt$ أوجد

قيمة مقاومة الوشيعة r وسعة المكثف C

4 ـ نحتفظ ب U_m ثابتة ونغير التردد على أساس الحصول على توافق في الطور بين u(t) و $u_R(t)$

4 ـ 1 ما اسم الظاهرة المحصل عليها ؟

4 ـ 2 لتحقيق هذه الظاهرة هل نقوم بالزيادة لقيمة N أو بنقصانها ؟ علل الجواب .

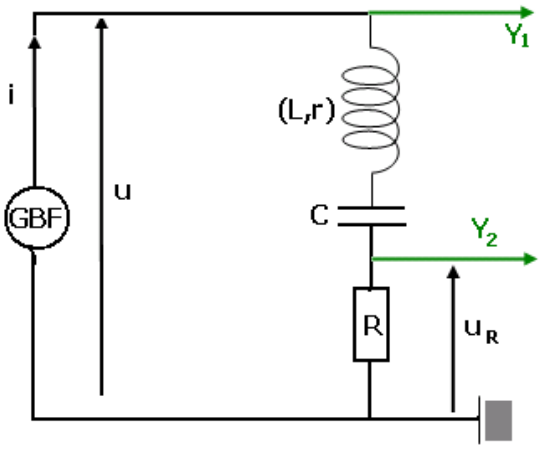
الجواب :

1 ـ تبيانة التركيب التجريبي وكيفية ربط راسم التذبذب . أنظر الشكل جانبه .

2 ـ 1 ـ لنبين أن المنحنى (1) يمثل التوتر u(t) التوتر بين مربطي الدارة :

نقارن التوترين القصويين لكل من $u_R(t)$ التي توجد في المدخل Y_2 و u(t) التي توجد في المدخل Y_1

حسب قانون أوم لدينا : $U_{mR} = RI_m$ و $U = ZI_m = \sqrt{(R+r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}.I_m$



وبمقارنة R مع Z يتبين أن $R < Z$ أي أن $U_{mR} < U$ ومن خلال المنحنيين يتبين أن المنحنى ذي التوتر القصوي الأكبر هو المنحنى (1) وبالتالي فإن المنحنى (1) يمثل u(t) .
بما أن u(t) متقدمة في الطور على i(t) ($u_R(t)$) فإن $\varphi_{u/i} > 0$ ، نستنتج أن الدارة تحريضية $L\omega > \frac{1}{C\omega}$.

2 ـ 2 القيمة الفعالة للتيار الكهربائي I :
من خلال المنحنى (2) لدينا

$$U_{mR} = R.I_m \Rightarrow U_{Rm} = RI\sqrt{2}$$

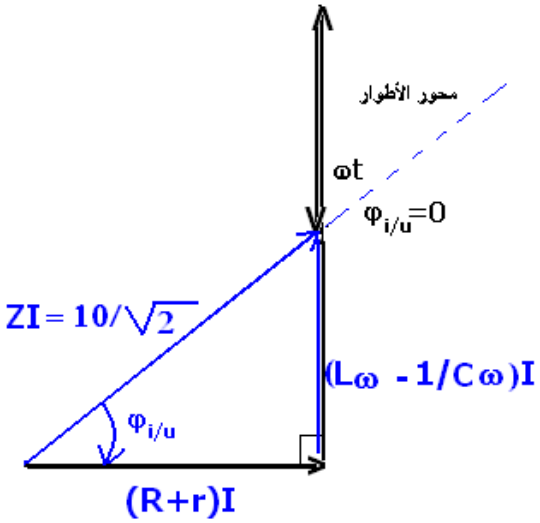
$$I = \frac{U_{Rm}}{R\sqrt{2}}$$

تطبيق عددي : $I = \frac{4\sqrt{2}}{24\sqrt{2}} = 0,17A$

الطور $\varphi_{i/u} = -\varphi_{u/i}$ ومن خلال المنحنيين لدينا $\varphi_{u/i} = \frac{2\pi\tau}{T}$

وبالتالي فإن $\varphi_{u/i} = \frac{2\pi\tau}{T} = \frac{0,6\times 2\pi}{4,8} = \frac{\pi}{4}$ $\varphi_{i/u} = -\frac{\pi}{4}$

3 ـ إنشاء فرينل باختيار السلم $1cm \leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}V$



ملاحظات مهمة :

بما $\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{4}$ سيكون الشكل المحصل عليه بواسطة إنشاء فلاينل مثلث متساوي الأضلاع وقائم الزاوية أنظر الشكل . وكذلك لدينا

$$\tan\varphi_{i/u} = 1 \Rightarrow \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = R + r$$

بالنسبة للسلم :

$$U = ZI = \frac{10}{\sqrt{2}}V$$

$$(R+r)I = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)I$$

أ ـ نستنتج المقاومة r :

من خلال الشكل نحسب $\cos\varphi_{u/i} = \frac{R+r}{Z} \Rightarrow r = Z\cos\varphi - R$

تطبيق عددي : $r = 30 - 24 = 6\Omega$

ب ـ سعة المكثف C :

$$(R+r) = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) \Rightarrow \frac{1}{C\omega} = L\omega - (R+r)$$

$$C\omega = \frac{1}{L\omega - (R+r)} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega\left(L\omega - (R+r)\right)}$$

تطبيق عددي : $C=\frac{1}{\omega\left(L\omega-\left(R+r\right)\right)}=0,6\mu F$

4 ـ 1 ـ بما u(t) و $u_R(t)$ على توافق في الطور فالظاهرة الملاحظة هي ظاهرة الرنين .

4 ـ 2 بما أن الدارة تحريضية وباعتبار $\left(L\omega_1-\frac{1}{C\omega_1}>0\Rightarrow LC\omega_1^2>1\Rightarrow LC\omega_1^2>LC\omega_0^2\Rightarrow\omega_1>\omega_0\right)$

أن N_0 التردد عند الرنين فإن $N_1>N_0$ أي أنه للحصول على ظاهرة الرنين يجب أن ننقص من التردد .

تمرين4

تشتمل دارة كهربائية على العناصر التالية مركبة على التوالي :

مكثف سعته C=5µF و وشيعة معامل تحريضها L=0,5H ومقاومتها الداخلية مهملة وموصل أومي مقاومته R=10Ω وأمبيرمتر مقاومتها مهملة .

نغدي الدارة بتوتر كهربائي متناوب جيبي $u(t)=20\cos 2\pi Nt$. فولطمتر ذي مقاومة كبيرة جدا مركبة بين مربطي (C,L) .

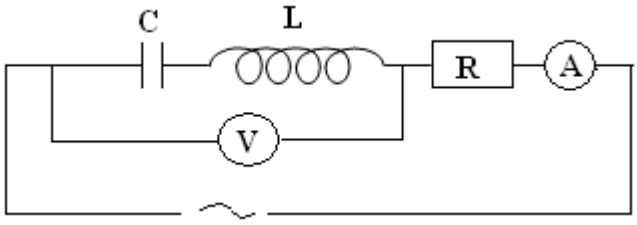
1 ـ عندما نغير التردد N ونضبطه على القيمة N_0 نلاحظ أن الفولطمتر تشير إلى قيمة منعدمة أي أن التوتر منعدما .

1 ـ 1 فسر إشارة الفولطمتر . واستنتج قيمة التردد N_0 .

1 ـ 2 أعط تعبيري الشحنة q(t) والشدة i(t) بالنسبة ل $N=N_0$.

1 ـ 3 أعط تعبير الطاقة الكلية E للمتذبذب (R,L,C) في لحظة t بالنسبة لتردد N .

1 ـ 4 بين أن الطاقة الكلية E ثابتة بالنسبة ل $N=N_0$ واحسب E بالنسبة لهذه القيمة (N_0) .



1 ـ 5 عرف واحسب معامل فوق التوتر عند الرنين بالنسبة لهذه الدارة .

2 ـ نضبط التردد N على قيمة N_1 =90Hz . تعبير الشدة اللحظية للتيار الكهربائي المار في الدارة هو : $i(t)=I\cos(\omega_1 t+\varphi)$

2 ـ 1 باستعمال إنشاء فرينل ، حدد الشدة I و الطور φ . هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟

2 ـ 2 أحسب معامل القدرة لهده الدارة والقدرة المتوسطة المستهلكة بالنسبة للقيمة N_1 . ـ

الحواب :

1 ـ تفسير إشارة الفولطمتر :

بين مربطي الوشيعة والمكثف لدينا حسب قانون إضافية التوترات $u_1(t)=u_L(t)+u_C(t)$

نعتبر أن Z_1 ممانعة هذا الجزء من الدارة ، $U_1=Z_1I$ بحيث أن $Z_1=L\omega-\frac{1}{C\omega}$

وبما ان التوتر المشار إليه من طرف الفولطمتر منعدم فإن

$$U_1=Z_1I=\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right).I=0\Rightarrow L\omega=\frac{1}{C\omega}$$

وبالتالي ستكون الدارة مقرا لظاهرة الرنين عند $N=N_0$ أي أن انعدام التوتر هو نتيجة لظاهرة الرنين .

نستنتج قيمة N_0 :

$$N_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}=100Hz$$

1 ـ 2 تعبيري الشحنة q(t) و i(t) بالنسبة ل $N=N_0$:

نعلم أن $i(t)=I\sqrt{2}\cos\left(100\pi t+\varphi_{i/u}\right)$

بما أن الدارة في حالة الرنين : $\varphi_{i/u}=0$

لدينا كذلك أن Z=R أي أن U=RI وبالتالي : $I=\frac{U}{R}=\frac{U_m}{R\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}A=0,707A$

إذن $i(t)=2\cos(200\pi t)$

نستنتج q(t) :

نعلم أن

$$i(t)=\frac{dq}{dt}\Rightarrow dq=\int_0^t i(t)$$

$$q(t)=\int_0^t i(t)dt=\int_0^t \cos(200\pi t)dt$$

$$q(t)=\frac{2}{200\pi}\sin(200\pi t)$$

1 ـ 3 تعبير الطاقة الكلية E للمتذبذب عند التردد N :

$$\xi_t=\xi_m+\xi_e\Rightarrow \xi_t=\frac{1}{2}Li(t)^2+\frac{1}{2}\frac{q(t)^2}{C}$$

1 ـ 4 لنبين أن الطاقة الكلية ثابتة عند الرنين :

$$\xi_t=\xi_m+\xi_e\Rightarrow \xi_t=\frac{1}{2}Li(t)^2+\frac{1}{2}\frac{q(t)^2}{C}$$

$$i(t)=I_m\cos(\omega_0 t),q(t)=-\frac{I_m}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\Rightarrow\omega_0^2=\frac{1}{LC}$$

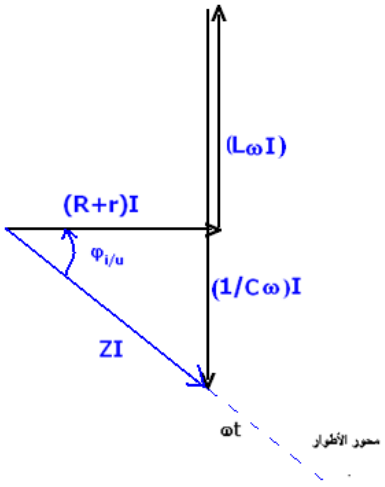
$$\xi_t=\frac{1}{2}LI_m^2\cos^2(\omega_0 t)+\frac{1}{2}I_m^2\frac{\sin^2(\omega_0 t)}{C\omega_0^2}$$

$$L=\frac{1}{C\omega_0^2}\Rightarrow\xi_t=\frac{1}{2}LI_m^2\left(\cos^2(\omega_0 t)+\sin^2(\omega_0 t)\right)$$

$$\xi_t=\frac{1}{2}LI_m^2$$

تطبيق عددي :

$\xi_t=1J$



1 ـ 5 معامل الجودة أو معامل فوق التوتر هو : $Q=\frac{\omega_0}{\Delta\omega}=\frac{L\omega_0}{R}$

حساب معامل الجودة : $Q=\frac{L\omega_0}{R}=31,4$

2 ـ نضبط التوتر على N=90Hz أي أن $N<N_0$:

2 ـ 1 نحسب المقادير التالية :

$$L\omega_1=283,\frac{1}{C\omega_1}=354\Rightarrow\frac{1}{C\omega_1}>L\omega_1$$

إنشاء فرينل أنظر الشكل جانبه .

حساب I :

$$U = Z.I$$

لدينا العلاقة التالية : $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega_1} - L\omega_1\right)} = 71,7\Omega$

$$I = \frac{U}{Z} = 0,2A$$

حساب $\varphi_{i/u}$

$$tan\,\varphi_{i/u} = \frac{\left(\frac{1}{C\omega_1} - L\omega_1\right)}{R} = 7,1$$

$$\varphi_{i/u} = 82° = 1,43rad$$

بما أن $\frac{1}{C\omega_1} > L\omega_1$ فإن الدارة كثافية .

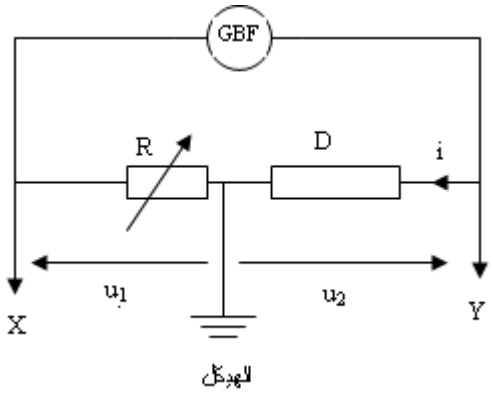
2 ـ 2 معاكل القدرة : $cos\,\varphi = 0,94$

القدرة المتوسطة المستهلكة من طرف الدارة : $\mathcal{P}_m = RI^2 = 10 \times 0,04 = 0,4J$

تمرين 5

تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل 1 من :

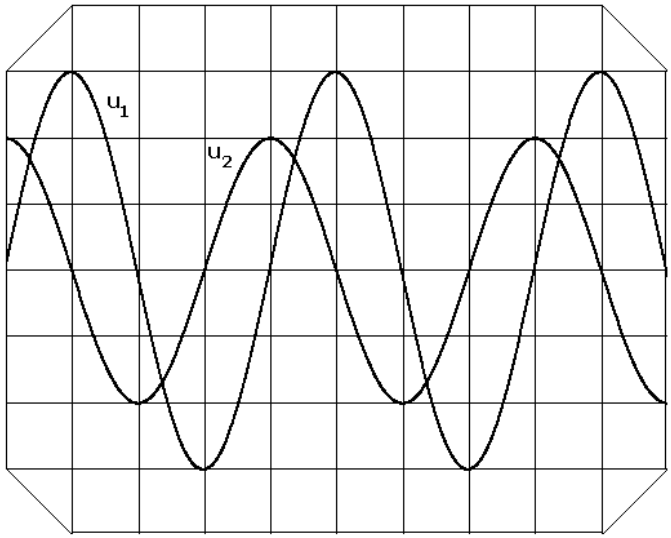
- موصل أومي مقاومته R قابلة للضبط .
- ثنائي قطب D طبيعته مجهولة , لكنه لا يمكن أن يكون إلا مكثفا أو وشيعة مقاومتها مهملة .
- مولد ذي تردد منخفض G.B.F يزود الدارة بتيار كهربائي متناوب جيبي شدته اللحظية : $i(t)=I_m \cos \omega t$.



الشكل

1 ـ نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر $u_1(t)$ بين مربطي الموصل الأومي والتوتر $u_2(t)$ بين مربطي ثنائي القطب D . فنحصل على الرسم المبين في الشكل أسفله .

وذلك بعد ضبط الكسح الأفقي على 5.10^{-3}s/div. و الحساسية الرأسية على 1V/div. .



1 ـ1 حدد مبيانيا :

أ ـ القيمتين القصويتين U_{1m} و U_{2m} للتوترين u_1 و u_2 ,

ب ـ طور u_2 بالنسبة ل $i(t)$ تم استنتج طبيعة ثنائي القطب D .

1 ـ 2 أوجد قيمة المقدار الفيزيائي الذي يميز ثنائي القطب D

علما أن $R=300\Omega$.

2 ـ استنتج التعبير $u_2(t)$, $u_1(t)$, $i(t)$.

الجواب :

1 ـ القيمة القصوية U_{1m}

$$U_{1m} = S_y.y_1$$
$$= 1 \times 3V$$

القيمة القصوية U_{2m}

$$U_{2m} = S_y.y_2$$
$$= 1 \times 2V = 2V$$

2 ـ الطور u_2 بالنسبة لـ i(t)

حسب الشكل يلاحظ أن $u_2(t)$ متقدمة في الطور على $u_1(t)$ بحيث أن $\varphi_{u_2/u_1}=\frac{\pi}{2}$ ولذينا كذلك $u_1(t)=-$

$\varphi_{u_2/i}=-\varphi_{u_2/u_1}=-\frac{\pi}{2}$ أي أن Ri(t) وبالتالي أن طبيعة ثنائي القطب D هو مكثف

3 ـ المقدار الذي يميز ثنائي القطب D :

$$U_2=Z_C I \Rightarrow U_2=\frac{U_1}{RC\omega} \Rightarrow C=\frac{U_1}{U_2 R\omega}=16\mu F$$

4 ـ تعبير الشدة i(t) و $u_1(t)$ و $u_2(t)$

$$u_1(t)=-Ri(t) \Rightarrow i(t)=-\frac{1}{R}u_1(t)$$

بناءا على شكل المنحنى $u_1(t)=U_{1m}\cos\omega t$ بحيث أن $\omega=\frac{2\pi}{T}$ وحسب المنحنى فإن $T=K_x.x$

بحيث أن K_x الحساسية الأفقية أو سرعة الكسح $K_x=5.10^{-3}s/div$ و $x=4div$

أي أن $T=20.10^{-3}s$ وبالتالي $\omega=\frac{2\pi.10^3}{20}=100\pi rad/s$

و $U_{1m}=3V$ وبالتالي فإن $u_1(t)=3\cos 100\pi t$ ومنه $i(t)=-10^{-2}\cos 100\pi t$

بالنسبة لـ $u_2(t)=2\cos\left(100\pi t-\frac{\pi}{2}\right)$

تمرين 6

تغدي ثنائي القطب AB بتوتر جيبي $u(t)=40\sqrt{2}\cos 100\pi t$

يتكون ثنائي القطب AB من تجميع لثنائيات القطب D_1 و D_2 :

D_1 موصل أومي مقاومته $R_1=7\Omega$.

D_2 وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية R_2 .

تشير الفولطمتر عندما نركبها بين مربطي D_1 إلى التوتر الفعال $U_1=14V$ وعندما نركبها بين مربطي D_2 تشير إلى $U_2=30V$.

1 ـ أحسب الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB .

2 ـ أحسب الممانعة Z_2 للوشيعة والممانعة Z لثنائي القطب AB .

3 ـ أعط إنشاء فرينل بالنسبة لهذه الممانعات . واحسب قيم L وR_2 .

4 ـ احسب فرق الطور φ_2 للتوتر بالنسبة للشدة i(t) .

5 ـ أحسب فرق الطور φ_1 للتوتر بين مربطي ثنائي القطب AB بالنسبة للشدة i(t) .

الجواب :

1 ـ الشدة الفعالة للتيار الذي يمر في ثنائي القطب AB :

عند تركيب الفولطمتر بين مربطي ثنائي القطب D_1 وهو موصل أومي مقاومته $R=7\Omega$ لدينا حسب قانون أوم $U_1=R_1 I$ بحيث أن I الشدة الفعالة للتيار $I=\frac{U_1}{R_1}=2A$.

2 ـ حساب الممانعة Z_2 للوشيعة : عندما نركب الفولطمتر بين مربطي الوشيعة تكون العلاقة كالتالي :

$$U_2=Z_2 I \text{ أي أن } Z_2=\frac{U_2}{I}=15\Omega$$

بالنسبة للممانعة Z لثنائي القطب AB . حسب المعطيات التوتر الفعال المطبق بين مربطي ثنائي القطب AB هو $U=40V$ (انطلاقا من المعادلةالزمنية لـ u(t)) وحسب قانون أوم

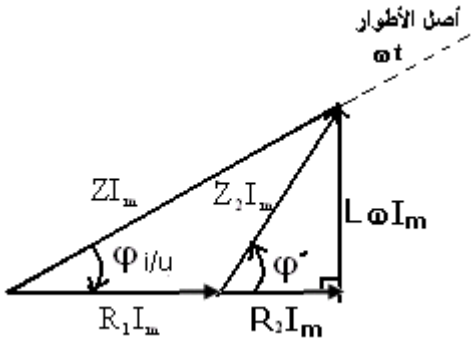
$$U=ZI \Rightarrow Z=\frac{U}{I}=20\Omega$$

3 ـ إنشاء فرينل بالنسبة لممانعات الدارة :

المعادلة التفاضلية هي على الشكل التالي

$$ZI_m \cos(100\pi t) = R_1 I_m \cos(100\pi t + \varphi_{i/u}) + Z_2 I_m \cos(100\pi t + \varphi')$$

بالنسبة لإنشاء فرينل نختار أصل الأطوار متطابق مع ZI_m



حساب القيم L و R_2

$$Z^2 = (R_1 + R_2)^2 + (L\omega)^2 \quad (1)$$

$$Z_2^{\,2} = R_2^{\,2} + (L\omega)^2 \quad (2)$$

(2)-(1) نحصل على

$$Z^2 - Z_2^{\,2} = R_1^{\,2} + 2R_1R_2 \Rightarrow R_2 = \frac{Z^2 - Z_2^{\,2} - R_1^{\,2}}{2R_1}$$

تطبيق عددي : $R_2 = 9\Omega$

ومن المعادلة (2) نحصل على معامل التحريض L :

$$L^2\omega^2 = Z_2^{\,2} - R_2^{\,2} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega}\sqrt{Z_2^{\,2} - R_2^{\,2}}$$

تطبيق عددي :L= 0,0382H

4 ـ فرق الطور φ_2 للتوتر u_2 بالنسبة للشدة i(t)

نحسب $\tan\varphi_2 = \frac{L\omega}{R_2}$

تطبيق عددي $\varphi_2 = 0{,}93\text{rad}$

5 ـ فرق الطور $\varphi_1 = \varphi_{u/i}$ حسب تمثيل فرينل

$$\tan\varphi_1 = \frac{L\omega}{R_1 + R_2} = 0{,}75 \Rightarrow \varphi_1 = 0{,}64\text{rad}$$