

Travail et puissance d'une force

I- Travail d'une force constante agissant sur un corps en translation :

1) Travail d'une force constante agissant sur un corps en translation rectiligne :

Une force est dite constante lorsqu'elle garde le même sens, la même direction et la même intensité au cours du temps.



Le travail de la force \vec{F} durant le déplacement de son point d'application de A à B est égal au produit scalaire du vecteur \vec{F} par le vecteur déplacement \vec{AB} .

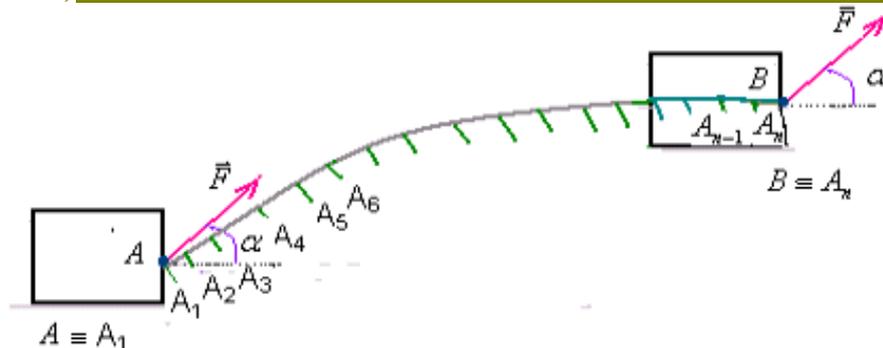
$$\boxed{W_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos \alpha \quad \text{avec } \alpha = \left(\widehat{\vec{F}, \vec{AB}} \right)}$$

-L'unité du travail dans le système d'unité international est le joule noté (J)

- l'unité de l'intensité de la force est le newton noté (N) et l'unité de la distance AB est le mètre (m).

Remarque : le travail d'une force est une grandeur algébrique (si $W > 0$ on dit que le travail est moteur , si $W < 0$ on dit que le travail est résistant). si $W = 0$, le travail est nul.

2) Travail d'une force constante agissant sur un corps en translation curviligne :



Dans ce cas on décompose la trajectoire non rectiligne en des petits morceaux suffisamment petits qu'on peut considérer rectilignes : $A_0A_1, A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots, A_{n-1}A_n$.

(A_0 confondu avec A et A_n confondu avec B)

Le travail élémentaire δW de la force \vec{F} durant le déplacement élémentaire $\vec{\delta \ell}$ est: $\delta W = \vec{F} \cdot \vec{\delta \ell}$

Le travail total de la force \vec{F} durant le déplacement total \vec{AB} est la somme des travaux élémentaires :

$$\begin{aligned} W_{\vec{F}} &= \sum \delta W_{\vec{F}} \\ &= \sum \vec{F} \cdot \vec{\delta \ell}_i \\ &= \vec{F} \cdot \vec{A_1A_2} + \vec{F} \cdot \vec{A_2A_3} + \dots + \vec{F} \cdot \vec{A_{n-1}A_n} \\ &= \vec{F} \cdot (\vec{A_1A_2} + \vec{A_2A_3} + \dots + \vec{A_{n-1}A_n}) \\ &= \vec{F} \cdot \vec{A_1A_n} = \vec{F} \cdot \vec{AB} \end{aligned}$$

On en déduit que dans les cas où la trajectoire est rectiligne ou curviligne, le travail d'une force constante agissant sur un corps solide en translation est égal au produit scalaire du vecteur force et celui du vecteur déplacement de son point d'application.

$$\boxed{W_{\vec{F}} = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos \alpha \quad \text{avec } \alpha = \left(\widehat{\vec{F}, \vec{AB}} \right)}$$

Remarque: d'après la réciproque du principe d'inertie , si le centre d'inertie d'un corps est en mouvement rectiligne , uniforme alors les forces qu'il subit se compensent $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ par conséquent $\Sigma W_{\vec{F}} = 0$.

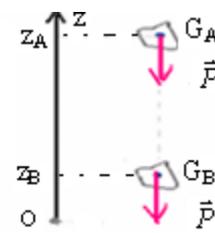
II- Travail du poids d'un corps :

1) Travail du poids d'un corps en chute verticale.

On considère un corps solide en chute verticale près de la surface de la terre puisque l'intensité de pesanteur est constante. Soit l'axe oz orienté vers le haut et son origine O confondu avec le sol.

Le poids \vec{P} est une force constante qui s'applique au centre de gravité G du corps.

Pour déterminer son travail on applique la relation précédente.



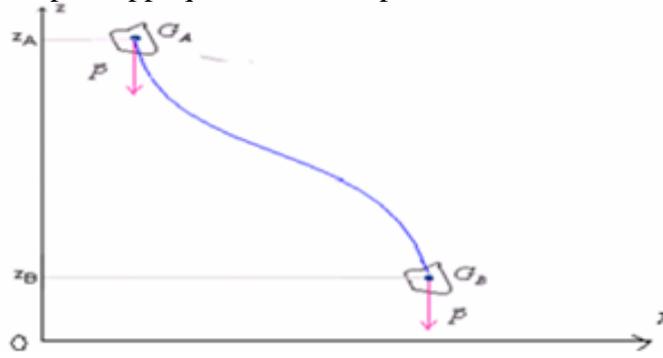
lorsque son point d'application se déplace de A à B : \vec{P} Le travail du poids

$$W_{\vec{P}_{A \rightarrow B}} = \vec{P} \cdot \vec{G_A G_B} = P \cdot G_A G_B \cdot \cos 0 = P \cdot G_A G_B = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$$

car la distance : $G_A G_B = z_A - z_B$

2) Travail du poids d'un corps en chute non verticale.

est une force constante donc on peut appliquer la relation précédente: \vec{P} Durant la chute du corps le poids



$$W_{\vec{P}_{A \rightarrow B}} = \vec{P} \cdot \vec{G_A G_B} = P \cdot G_A G_B \cdot \cos 0 = P \cdot G_A G_B = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$$

3) Conclusion:

Le travail du poids d'un corps est indépendant du chemin suivi lors de son déplacement, il ne dépend que de la variation d'altitude du centre de gravité de ce corps.

$$W_{\vec{P}_{A \rightarrow B}} = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$$

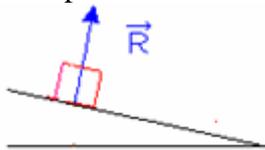
-si $z_A > z_B$, $z_A - z_B > 0$ Le corps est en cas de descente , son travail du poids est moteur.

-si $z_A < z_B$, $z_A - z_B < 0$ Le corps est en cas de montée , son travail du poids est résistant.

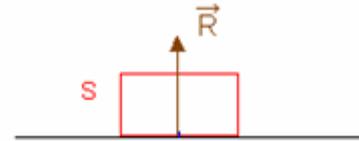
4) Travail de la force de frottement:

a) Cas du mouvement sans frottement:

est perpendiculaire au plan de contact et son travail est nul. \vec{R} Si le mouvement se fait sans frottement la réaction



$\vec{R} \perp$ au plan
et $W_{\vec{R}} = 0$



Cas du mouvement sur un plan horizontal

Cas du mouvement sur un plan incliné

b) Cas du mouvement avec frottement:

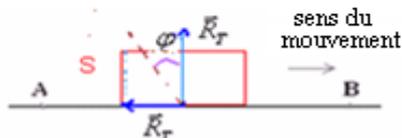
et incliné dans le sens inverse du mouvement et forme avec \vec{R} Si le mouvement se fait avec frottement la réaction appelé angle de frottement et son travail est résistant. φ la normale un angle

par deux méthodes différentes: \vec{R} Dans ce cas on peut calculer le travail de

1^{ère} méthode

on décompose \vec{R} en une composante normale

\vec{R}_N : est une composante tangentielle \vec{R}_T



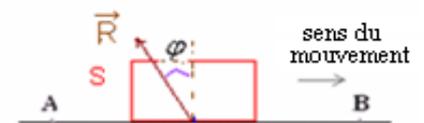
$$\begin{aligned} W_{\vec{R}_{A \rightarrow B}} &= W_{\vec{R}_N}_{A \rightarrow B} + W_{\vec{R}_T}_{A \rightarrow B} \\ &= 0 + \vec{R}_T \cdot \vec{AB} \\ &= R_T \cdot AB \cos \pi = -R_T \cdot AB \end{aligned}$$

force de frottement $R_T = f$

$$W_{\vec{R}_{A \rightarrow B}} = -f \cdot AB$$

2^{ème} méthode

Si on connaît l'angle de frottement et l'intensité de \vec{R}



$$\begin{aligned} W_{\vec{R}_{A \rightarrow B}} &= \vec{R} \cdot \vec{AB} \\ &= R \cdot AB \cdot \cos(\varphi + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

$$W_{\vec{R}_{A \rightarrow B}} = -R \cdot AB \cdot \sin \varphi$$

III- Puissance d'une force :

1) Puissance moyenne:

La puissance moyenne est égale au rapport du travail effectué au temps mis pour effectuer ce travail.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

L'unité de la puissance dans le système d'unités international est la watt noté (W).

-quelques multiples du watt:

kilowatt	$1kW = 10^3 W$
mégawatt	$1MW = 10^6 W$
gégawatt	$1GW = 10^9 W$

2) Puissance instantanée:

est égal au \vec{V} agissant sur un corps qui se déplace avec une vitesse \vec{F} La puissance instantanée d'une force mise pour effectuer ce travail. $\delta.t$ pendant la petite durée $\delta.W$ travail élémentaire

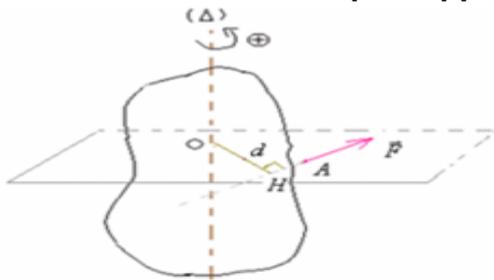
$$P = \frac{\delta W}{\delta t} = \vec{F} \cdot \frac{\delta \vec{\ell}}{\delta t} = \vec{F} \cdot \vec{V}$$

$$P = F.V \cdot \cos \alpha \quad \alpha = (\vec{F}, \vec{V})$$

3) Puissance d'une force de moment constant par rapport à un axe :

a) Rappel du moment d'une force par rapport à un axe :

$M_{\vec{F}_\Delta} = \pm F \cdot d$ moment d'une force par rapport à un axe :



d est la distance (perpendiculaire) qui sépare la droite d'action de la force et l'axe .

b) Puissance d'une force de moment constant par rapport à un axe :

dont le moment est constant agissant sur un corps en rotation autour d'un axe fixe \vec{F} On considère une force $\cdot \omega$ avec une vitesse angulaire



Le moment de la force \vec{F} par rapport à Δ : $M_{\vec{F}_\Delta} = +F d$

et on a dans le triangle (O,M,H) : $\cos \theta = \frac{d}{r} \Rightarrow d = r \cdot \cos \theta$ donc: $M_{\vec{F}_\Delta} = F r \cdot \cos \theta$

et la puissance de la force \vec{F} : $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = F \cdot v \cdot \cos \theta$ avec $v = r \cdot \omega \Rightarrow P = F \cdot r \cdot \omega \cdot \cos \theta = M_{\vec{F}_\Delta} \times \omega$

La puissance d'une force de moment constant par rapport à un axe est égale au produit du moment de cette force par rapport à l'axe de rotation et de la vitesse angulaire de rotation.

$$P = M_{\vec{F}_\Delta} \times \omega$$

P: puissance en (W).

M: le moment en (N.m)

ω : vitesse angulaire en (rad/s)

Remarque:

Or la puissance : $P = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow W = P \cdot \Delta t = M_{\vec{F}_\Delta} \cdot \omega \cdot \Delta t$ et on a: $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \theta = \omega \cdot \Delta t$

donc: $W = M_{\vec{F}_\Delta} \cdot \Delta \theta$