

**La fonction exponentielle népérienne:**

**Définition :**

La fonction exponentielle népérienne, notée  $e^x$  (ou  $\exp(x)$ ), est la fonction réciproque de la fonction  $x \mapsto \ln x$ , et qui est définie sur  $\mathbb{R}$

**Déductions et propriétés:**

$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$ $\ln e^x = x$	$\forall x \in \mathbb{R} \text{ et } \forall y \in \mathbb{R}$ $e^x \times e^y = e^{x+y}$ $(e^x)^r = e^{rx} ; (r \in \mathbb{Q})$ $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$ $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$
$\forall x \in ]0; +\infty[ \quad e^{\ln(x)} = x$	
$\forall x \in \mathbb{R} \text{ et } \forall y \in \mathbb{R}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>e^x = e^y \Leftrightarrow x = y</math></li> <li>• <math>e^x &gt; e^y \Leftrightarrow x &gt; y</math></li> </ul>	
$\forall x \in \mathbb{R} \text{ et } \forall y \in ]0; +\infty[$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>e^x = y \Leftrightarrow x = \ln y</math></li> </ul>	

Si  $n$  est pair, alors  $(\forall x \in \mathbb{R}^*); \ln x^n = n \ln |x|$

**Le Domaine de définition:**

La fonction $f$ est définie comme suit :	Son domaine de définition est :
$f(x) = e^x$	$D_f = \mathbb{R}$
$f(x) = e^{u(x)}$	$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_u\}$

**Les limites:**

Limites principales		Dédutions
$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$		$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} e^{u(x)} = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$		$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} e^{u(x)} = 0$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$	$(n \in \mathbb{N}^*)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{e^{u(x)}}{[u(x)]^n} = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$	$(n \in \mathbb{N}^*)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} [u(x)]^n e^{u(x)} = 0$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$		$\lim_{x \rightarrow x_0} u(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{e^{u(x)} - 1}{u(x)} = 1$

Ces limites sont toujours valables lorsqu'on les traite soit a droite ou a gauche de  $x_0$  ou bien au voisinage de  $+\infty$  ou  $-\infty$

**La continuité:**

La fonction  $x \mapsto e^x$  est continue sur l'intervalle  $\mathbb{R}$

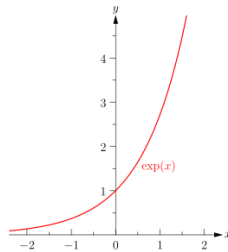
Si  $u$  est continue sur un intervalle  $I$  alors la fonction  $x \mapsto e^{u(x)}$  est continue sur l'intervalle  $I$

**La dérivabilité:**

La fonction  $x \mapsto e^x$  est dérivable sur l'intervalle  $\mathbb{R}$  et on a :  
 $\forall x \in \mathbb{R} ; (e^x)' = e^x$

Si  $u$  est dérivable sur un intervalle  $I$  alors la fonction  $x \mapsto e^{u(x)}$  est dérivable sur l'intervalle  $I$  et on a :  
 $\forall x \in I ; (e^{u(x)})' = u'(x) \times e^{u(x)}$

**La représentation graphique:**



**La fonction exponentielle de base a avec  $a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$ :**

**Définition:**

La fonction exponentielle de base  $a$ , notée :  $a^x$ , est la réciproque de  $\log_a$

**Déductions et propriétés:**

$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^x = e^{x \ln a}$	$\forall x \in \mathbb{R} \text{ et } \forall y \in \mathbb{R} \text{ et } r \in \mathbb{Q}$ $a^x \times a^y = a^{x+y}$ $(a^x)^r = a^{rx}$ $\frac{1}{a^x} = a^{-x}$ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
$\log_a(a^x) = x$	
$\forall x \in ]0; +\infty[ \quad a^{\log_a x} = x$	
$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$	
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in ]0; +\infty[$	
$a^x = y \Leftrightarrow x = \log_a y$	

**Limites et inéquations:**

$a > 1$	$0 < a < 1$
$a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$	$a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$
$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$	

**La dérivée:**

$\forall x \in ]0; +\infty[ ; (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$