3- Travail et énergie cinétique

SERIE 3

I- Une de 18 kg et de 40 cm de diamètre tourne à la fréquence de rotation de 1 500 tr/min.

1. Calculer la vitesse linéaire d'un point de sa circonférence.
2. Déterminer son moment d'inertie et son énergie cinétique.
3. Déterminer le moment du couple de freinage M pour qu'elle s'arrête en 200 tours.

II- Un volant est constitué d'un cylindre de fonte de masse 1 tonne répartie sur une circonférence de rayon R =1 m.

La fréquence de rotation du volant est de 300 tours par minute.

1. Déterminer l'énergie cinétique du volant
2. On utilise ce volant pour effectuer un travail. Il ralentit et ne tourne plus qu'à 120 tr/min. Calculer la valeur du travail effectué.
3. Sachant qu'il met 2 secondes pour passer à cette fréquence, calculer la décélération du volant ainsi que le nombre de tours effectués.
4. Calculer le moment du couple s'opposant à la rotation.

III- Le rotor d'un appareil ménager tourne à la fréquence de 50 tr/s. On l'assimile à un cylindre plein homogène de masse m = 0,2 kg et de rayon R = 3 cm.

1. Calculer le moment d'inertie du rotor.
2. Calculer son énergie cinétique
3. Sachant qu'il a mis 50 tours pour atteindre ce régime, calculez le moment du couple moteur.

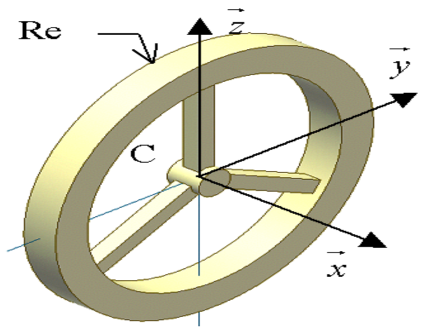
IV- Une poutre homogène, de 3 m de longueur et de masse 10 kg, tient verticalement en équilibre instable.

On la pousse avec une vitesse négligeable et elle bascule autour de son extrémité inférieure.

On admettra que le moment d'inertie par rapport à l'axe est : $J = \frac{m L^2}{3}$.

Calculer son énergie cinétique et la vitesse de son centre de masse lorsqu'elle arrive au sol.

V- Volant d'inertie



Un volant d'inertie en acier (7800kg/m^3) est constitué :

- d'une couronne circulaire à base carrée (coté 10 cm) et de rayon extérieur Re = 50 cm ;
- d'un moyeu central de rayon Rm = 5 cm, de hauteur h =10 cm.
- de trois bras à 120° de section carrée (coté 5 cm).

Le moment d'inertie du volant par rapport à son axe de rotation $\vec{x}$ a pour valeur 46,5 kg.m².

Sa masse est de 247 kg.

1. *Déterminer la masse et le rayon d'un volant d'inertie plein de même moment et d'épaisseur 10 cm.*
2. *Comparer la masse et le rayon de giration des deux volants.*

Définition du rayon de giration : Dans une direction déterminée, le rayon de giration d'un corps est la distance de l'axe d'inertie à un point fictif de masse égale à la masse totale et donnant même moment d'inertie que ce corps.

Correction

II- Volant cylindrique en fonte $m = 1$ tonne $= 10^3$ kg $R = 1$ m. $N = 300$ tr/min $= 5$ tr/s

1. Moment d'inertie : $J = \frac{1}{2} m R^2$ $J = \frac{1}{2} \times 10^3 \times 1^2$ $J = 500$ kg.m²

Vitesse angulaire : $\omega = 2 \pi n$ $\omega = 2 \pi \times 5$ $\omega = 10 \pi$ rad/s

Énergie cinétique : $E_C = \frac{1}{2} J \omega^2$ $E_C = \frac{1}{2} \times 500 \times (10 \pi)^2$ $E_C \approx 246{,}74$ **kJ**

2. Le volant effectue un travail et ralentit jusqu'à 120 tr.min^{-1}. $N_f = 2$ tr.s^{-1}

<u>Théorème de l'énergie cinétique</u> : la somme des travaux est égale à la variation d'énergie cinétique.

Calcul de la variation d'énergie cinétique :

Énergie cinétique finale : $E_{Cf} = \frac{1}{2} J \omega_f^2$

<u>A.N.</u>: $E_{Cf} = \frac{1}{2} \times 500 \times (2 \pi \times 2)^2$ $E_{Cf} \approx 39{,}478$ **kJ**

Variation d'énergie cinétique : $\square E_C = E_{Cf} - E_C$

<u>A.N.</u>: $\square E_C \approx 39{,}478 - 246{,}74$ $\square E_C \approx -207{,}262$ **kJ**

Le travail de la force résistante (d'où le moins) est égal à cette variation : **W (□) ≈ - 207,262 kJ**

3. Décélération en 2 secondes

Décélération du volant : $\omega' = \frac{\omega_f - \omega}{t}$ $\omega' = \frac{2 \pi N_f - 2 \pi N}{t} = \frac{2 \pi (N_f - N)}{t}$

<u>A.N.</u>: $\omega' = \frac{2 \pi (2 - 5)}{2}$ $\omega' \approx -9{,}425$ **rad/s**

Nombre de tours effectués : $\theta = \frac{1}{2} \omega' t^2$ (formule donnée)

<u>A.N.</u>: $\theta = \frac{1}{2} \times 9{,}425 \times 2^2$ $\theta \approx 18{,}850$ **rad**

4. Moment du couple résistant : $W(M(\square)) = M \theta$ d'où $M = \frac{W(M(F))}{\theta}$

<u>A.N.</u>: $M \approx \frac{207{,}262.10^3}{18{,}850}$ $M \approx 10\,995$ **Nm**

III- Rotor d'un appareil ménager : cylindre plein homogène $N = 50$ tr.s^{-1} $m = 0{,}2$ kg ; $R = 3$ cm

1. Moment d'inertie $J = \frac{1}{2} m R^2$ $J = \frac{1}{2} \times 0{,}2 \times (3.10^{-3})^2$ $J = 9.10^{-7}$ **kg.m²**

2. Énergie cinétique $E_C = \frac{1}{2} J \omega^2$ $E_C = \frac{1}{2} \times 9.10^{-7} \times (2 \pi \times 50)^2$ $E_C \approx 44{,}4$ **mJ**

3. 50 tours pour atteindre ce régime.

La variation d'énergie cinétique depuis le démarrage est donc égale à 44,4 mJ.

Cette valeur correspond au travail du moment du couple moteur.

L'angle balayé pendant cette phase est : $\theta = 50 \times 2\pi$ rad

$W(M) = M\,\theta$ d'où $M = \dfrac{W(M)}{\theta}$ A.N.: $M \approx \dfrac{44{,}4.10^{-3}}{50 \times 2\,\pi}$ $M \approx 141.10^{-3}$ Nm

IV- Une poutre de 3 m de longueur et de masse 10 kg, homogène, tient verticalement en équilibre instable. On la pousse avec une vitesse négligeable et elle bascule autour de son extrémité inférieure.

On admettra que le moment d'inertie par rapport à l'axe est : $J = \dfrac{m\,L^2}{3}$.

Calculer son énergie cinétique et la vitesse de son centre de masse lorsqu'elle arrive au sol.

La poutre est homogène : son centre d'inertie est à mi-longueur. $z_1 = 1{,}5$ m

État initial (poutre verticale)

$E_{P1} = m\,g\,z_1$ $E_{P1} = 10 \times 9{,}8 \times 1{,}5$ $E_{P1} \approx 147$ J

$E_{C1} = \dfrac{1}{2} J\,\omega_1^2$ $E_{C1} = 0$

État final (poutre horizontale)

$E_{P2} = 0$

$E_{C2} = \dfrac{1}{2} J\,\omega_2^2$ avec $J = \dfrac{m\,L^2}{3}$ $J = \dfrac{10 \times 3^2}{3}$ $J = 30$ kg.m²

Seul le poids travail. Il y a conservation de l'énergie mécanique : $E_{m1} = E_{m2}$ d'où $E_{P1} = E_{C2}$

ce qui donne : $\omega_2 = \sqrt{\dfrac{2\,E_{C2}}{J}}$ A.N.: $\omega_2 = \sqrt{\dfrac{2 \times 147}{30}}$ $\omega_2 \approx 3{,}13$ rad/s

Vitesse du centre de masse : $v_2 = \dfrac{L}{2}\,\omega_2$ A.N.: $v_2 = \dfrac{3}{2} \times 3{,}13$ $v_2 \approx 4{,}7$ m/s