

**EXERCICES + CORRECTIONS**

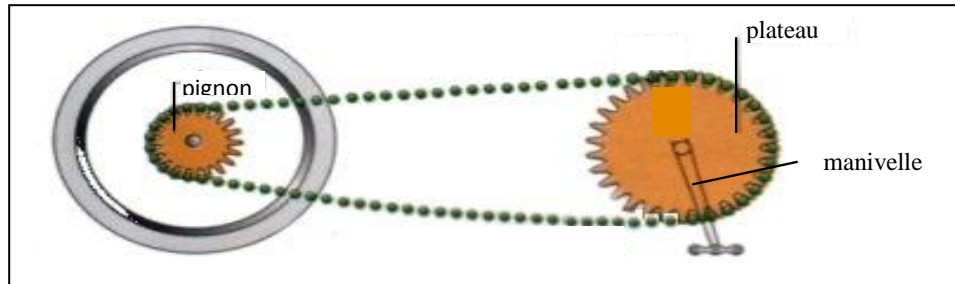
**1 - Mouvement de rotation d'un corps solide indéformable autour d'un point fixe**

**SERIE 2 :**

**Exercice 1 :**

Une bicyclette a des roues de diamètre 69 cm. Le pignon arrière a 12 dents et le plateau du pédalier a 40 dents. L'entraxe de la manivelle du pédalier mesure 17 cm.

La vitesse de la bicyclette est de  $20 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .



1- En mouvement les deux roues de la bicyclette ne glissent pas sur le sol. Quelle est alors la conséquence sur la vitesse :

- a)- angulaire des roues arrière et avant ?
- b)- linéaire d'un point de la circonférence des deux roues ?

2- Calculer la vitesse angulaire  $\omega_R$  de la roue arrière.

3- Déterminer la vitesse linéaire  $v_R$  d'un point situé sur la circonférence du pignon de diamètre 6 cm de la roue arrière.

4- Quelle est la vitesse linéaire  $v_P$  d'un point de la circonférence du plateau du pédalier ?

5- Quelle est la vitesse linéaire  $v$  de l'axe de la pédale ?

6- a)- Déterminer le diamètre  $D_P$  du plateau en considérant que le diamètre est proportionnel au nombre de dents.

b)- Calculer la vitesse angulaire  $\omega_P$  du plateau de diamètre 20 cm.

c)- Quelle est la vitesse angulaire  $\omega_A$  de la manivelle du pédalier ?

d)- En déduire la vitesse linéaire  $v_A$  de l'axe de la pédale. Conclure.

**Exercice 2 :**

Un satellite de masse  $M$  décrit autour de la Terre d'un mouvement uniforme, une orbite circulaire à une altitude  $h$ .

On donne :

- le rayon de la Terre  $R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$ ,

- l'intensité de pesanteur est, pour  $h = 0$ ,  $g_0 = 9,81 \text{ N.Kg}^{-1}$  et, à l'altitude  $h$ ,

$$g = g_0 \left( \frac{R}{R+h} \right)^2$$

- l'expression de la vitesse :  $v^2 = g (R+h)$

1° - On suppose que  $h = 300 \text{ km}$ .

a) Calculer la vitesse du satellite sur son orbite.

b) Calculer la période de révolution.

2° - a) Quelle devrait être l'altitude  $h$  du satellite pour qu'il soit géostationnaire, c'est-à-dire qu'il apparaisse immobile à un observateur terrestre.

b) Calculer alors sa vitesse.

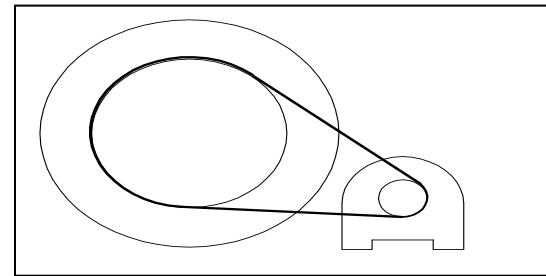
### Exercice 3:

I- Le tambour d'une machine à laver est entraîné par un moteur électrique.

La transmission du mouvement est assurée par une courroie tournant sans glissement.

La fréquence de rotation du moteur est  $N_A = 3000 \text{ tr/min}$ .

La poulie du moteur a un diamètre  $D_A = 10 \text{ cm}$  et la poulie du tambour  $D_B = 40 \text{ cm}$ .



1- Convertir la fréquence de rotation du moteur en tours par seconde.

2- Déterminer la vitesse angulaire  $\omega_A$  du moteur en rad/s.

3- Calculer la vitesse linéaire d'un point de la courroie en m/s et en km/h.

4- Déterminer la vitesse angulaire  $\omega_B$  du tambour.

5- En déduire la fréquence de rotation  $N_B$  du tambour exprimée en tr/min.

6- Quelle est la relation littérale entre les fréquences de rotation  $N_A$  et  $N_B$  du moteur et du tambour.

7- Calculer la vitesse d'un point de la circonférence du tambour de diamètre  $D_T = 100 \text{ cm}$ .

## CORRECTION de la série 2

### Exercice 1 :

1- Les deux roues ont la même vitesse angulaire et les points de leur circonférence ont la même vitesse linéaire.

2- Vitesse linéaire d'un point de la roue : il faut convertir la vitesse en  $m.s^{-1}$

$$v = \frac{20}{3,6} \approx 5,555 \text{ m.s}^{-1} \qquad v \approx 5,6 \text{ m.s}^{-1}$$

Vitesse angulaire  $\omega_R$  de la roue arrière :

$$\omega_R = \frac{v}{R} \qquad \omega_R = \frac{5,6}{0,345} \qquad \omega_R \approx 16 \text{ rad.s}^{-1}$$

3- Vitesse linéaire  $v_R$  d'un point du pignon : la roue arrière et le pignon constituent un solide, donc ils ont la même vitesse angulaire  $\omega_R$  :

$$\text{d'où :} \qquad v_R = R_R \omega_R \qquad v_R = 3.10^{-2} \times 16 \qquad v_R \approx 0,48 \text{ m.s}^{-1}$$

4- La transmission entre le pignon et le pédalier est assurée par la chaîne, donc chaque point de la chaîne a la vitesse linéaire et par conséquent les points de la circonférence du pignon et du pédalier ont la même vitesse.  $v_R = v_P$

5- L'axe de la pédale a pour vitesse linéaire :  $v = R_A \omega_R \qquad v_A = 0,17 \times 16 \qquad v_A \approx 2,72 \text{ m.s}^{-1}$

6- a)- Diamètre et nombre de dents sont proportionnels

On pose  $D$  le diamètre du pédalier et on écrit la proportion :

$$\frac{D}{40} = \frac{6}{12} \qquad \text{soit } D = \frac{6 \times 40}{12} \qquad \text{Le diamètre du pédalier est de 20 cm.}$$

b)- Vitesse angulaire  $\omega_P$  du pédalier :  $\omega_P = \frac{v_P}{R_P} \qquad \omega_P = \frac{0,48}{0,10} \qquad \omega_P \approx 4,8 \text{ rad.s}^{-1}$

c)- La manivelle du pédalier a la même vitesse angulaire que le plateau.  $\omega_P = \omega_A$  soit  $\omega_A \approx 4,8 \text{ rad.s}^{-1}$

d)- L'axe de la pédale a pour vitesse linéaire :  $v_A = R_A \omega_A \qquad v_A = 0,17 \times 4,8 \qquad v_A \approx 0,82 \text{ m.s}^{-1}$

on a :  $v > v_A$  le cycliste développe une vitesse plus petite pour un diamètre du pédalier petit !

### Exercice 2 :

1° - a) Vitesse du satellite sur une orbite d'altitude  $h = 300 \text{ km}$  :

$$\text{comme } v^2 = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} (R+h) \text{ alors } v = R \sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$$

$$\text{on a : } v = 6,4 \cdot 10^6 \sqrt{\frac{9,81}{6,4 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^5}}$$

$$v = 7744,2 \text{ m.s}^{-1}$$

1° - b) Période  $T$  de la révolution

Le mouvement étant uniforme, la période est le temps  $T$ , mis par le satellite, pour parcourir la longueur  $2\pi (R + h)$  de la trajectoire d'où :

$$T = \frac{2\pi (R+h)}{v} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}}$$

Application numérique, comme :

$$R+h = 6,7 \cdot 10^6 \text{ m et } v = 7744,2 \text{ m.s}^{-1}, \text{ on a } T = \frac{2\pi}{6,4 \cdot 10^6} \sqrt{\frac{(6,7 \cdot 10^6)^3}{9,81}}$$

$$T = 5436 \text{ s} \quad \text{ou} \quad T = 1 \text{ h } 30 \text{ mn } 36 \text{ s}$$

2°. a) Altitude  $h$  à laquelle évolue le satellite géostationnaire

Le satellite semble immobile pour un observateur terrestre lorsque :

- sa période de révolution est  $T = 24 \text{ h}$
- et le satellite a un mouvement de rotation autour de la Terre de même sens que le mouvement de rotation de la Terre.

On a trouvé au 1° :

$$T = \frac{2\pi (R+h)}{v} \text{ et } v = R \sqrt{\frac{g_0}{R+h}} \text{ d'où}$$

$$T = \frac{2\pi}{R} \sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0}} \Rightarrow (R+h)^3 = \frac{T^2 R^2 g_0}{4\pi^2} \quad \text{d'où} \quad h = \left( \frac{T^2 R^2 g_0}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R$$

Application numérique, comme :

$$T = 86400 \text{ s}, R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}, g_0 = 9,81 \text{ N.Kg}^{-1}, \text{ on obtient}$$

$$h = 42,36 \cdot 10^6 - 6,4 \cdot 10^6 = 35,960 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Soit  $h = 35960 \text{ km}$

b) Vitesse du satellite géostationnaire : on a trouvé

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} \text{ d'où } v = 2\pi \frac{R+h}{T}$$

Application numérique, comme :  $R + h = 42,36 \cdot 10^6 \text{ m}$  et  $T = 86\,400 \text{ s}$ , on trouve

$$v = 2\pi \frac{42,36 \cdot 10^6}{86400} \Rightarrow v = 3080 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

### Exercice 3 :

I- La fréquence de rotation du moteur est  $N_A = 3000 \text{ tr/min}$ .

La poulie du moteur a un diamètre  $D_A = 10 \text{ cm}$  et la poulie du tambour  $D_B = 40 \text{ cm}$ .

1- Fréquence de rotation  $N_A = \frac{3000}{60} \quad N_A = 50 \text{ tr/s}$

2- Vitesse angulaire  $\omega_A = 2\pi N_A \quad \omega_A = 100\pi \quad \omega_A \approx 314 \text{ rad/s}$ .

3- La vitesse linéaire de la courroie :  $v = R \omega_A = \frac{D_A}{2} \omega_A \quad v = 5 \cdot 10^{-2} \times 314 \quad v \approx 15,7 \text{ m/s}$   
 $v \approx 56,52 \text{ km/h}$

4- La courroie a la même vitesse linéaire en tout point de sa trajectoire soit  $v_A = v_B = v$ .

$$\omega_B = \frac{v_B}{R_B} = \frac{v}{R_B} \quad \omega_B = \frac{15,7}{20 \cdot 10^{-2}} \quad \omega_B \approx 78,5 \text{ rad/s}$$

5- Fréquence de rotation  $N_B = \frac{\omega_B}{2\pi} \quad N_B = \frac{78,5}{2\pi} \quad N_B \approx 12,5 \text{ tr/s}$ .

Relation des poulies : on a  $v_A = v_B$  soit  $R_A \omega_A = R_B \omega_B$  ou  $2R_A \omega_A = 2R_B \omega_B$

càd  $D_A \omega_A = D_B \omega_B$  d'où :  $D_A 2\pi N_A = D_B 2\pi N_B$

donc  $N_A \times D_A = N_B \times D_B$

6- Vitesse d'un point de la circonférence du tambour  $D_T = 100 \text{ cm}$

2 méthodes  $v = 2\pi R N_B \quad v = 2\pi \times 0,5 \times 12,5 \quad v \approx 39,26 \text{ m/s}$

ou  $v = R \omega_B \quad v = 0,5 \times 78,5 \quad v \approx 39,25 \text{ m/s}$