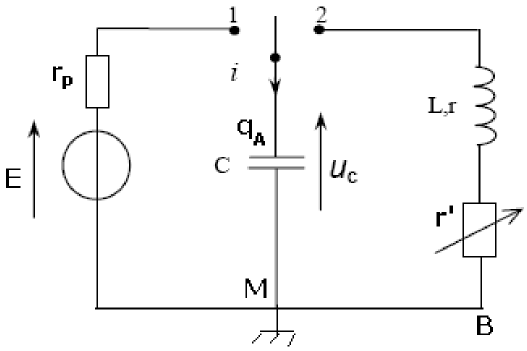
التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية



I ـ تفريغ مكثف في وشيعة

1ـ النشاط التجريبي1

نجز التركيب الكهربائي الممثل جانبه حيث نستعمل وسيط معلوماتي وحاسوب وبرنم يعالج المعطيات أو راسم التذبذب ذاكراتي .

+ نضبط التوتر المستمر الذي يعطيه المولد على القيمة E=3Vومقاومة الموصل الاومي على r′=0Ω

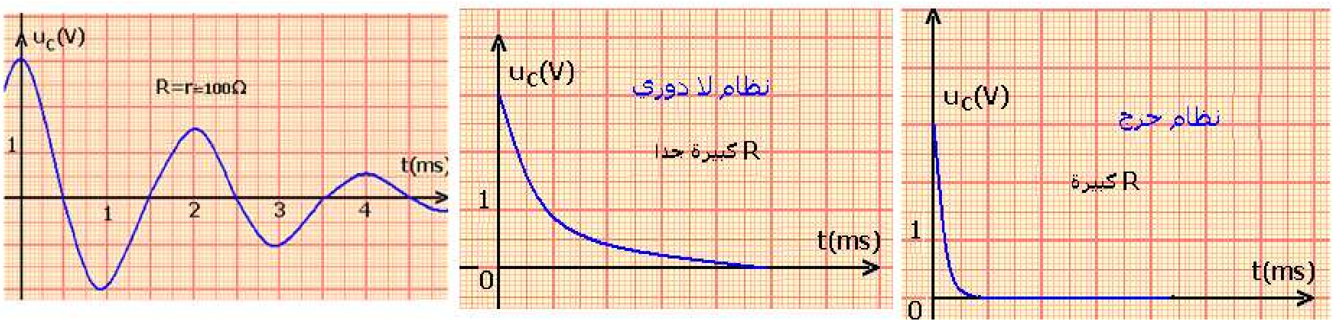
+نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (1) لمدة زمنية كافية لشحن المكثف كليا .

+نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع (2) فنحصل على دارة RLC متوالية مقاومتها الكلية R=r+r′ حيث r مقاومة الو شيعة .

+نعاين التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف

+نعيد التجربة عدة مرات برفع المقاومة r′

النتائج :



الاستثمار:

1ـ يمثل الرسم التذبذبي الممثل باللون الأزرق في الشكل (2) نموذجا للمنحنى المحصل عليه بالنسبة r′=0

1-1 كيف يتغير وسع التوتر $u_c(t)$ ؟ هل $u_c(t)$ دالة دورية ؟

عند وضع K في الموضع (1) يشحن المكثف وعند وضعه في الموضع (2) نحصل على دارة RLC متوالية حيث في هذه الحالة يفرغ المكثف في الوشيعة .

ويكون التوتر $u_c(t)$ بين مربطي المكثف متناوبا . $u_c(t)$ ليست بدالة دورية .

-وسع التوتر $u_c(t)$ يتناقص مع الزمن t نقول **أن التذبذبات مخمدة**

بما أن الذبذبات تتم دون أن نزود الدارة RLC بالطاقة غير الطاقة المخزونة في المكثف ، نقول **أن الذبذبات حرة .**

خلاصة :

يؤدي تفريغ مكثف ، مشحون ، في وشيعة دارة RLC متوالية ، إلى ظهور تذبذبات حرة ومخمدة .

نقول أن الدارة RLC المتوالية تكون متذبذبا كهربائيا حرا ومخمدا .

أنظمة الذبذبات الحرة :

2-1 نسمي شبه الدور Tالمدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليين للتوتر $u_c(t)$.عين مبيانيا T من خلال المبيان يمكن أن نعين شبه الدور وهو المدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليتين للتوتر $u_c(t)$.

ـ تعريف بشبه الدور T

نسمي شبه الدور Tالمدة الزمنية الفاصلة بين قيمتين قصويتين متتاليين للتوتر $u_c(t)$.

2 ـ ما تأثير المقاومة R على :

2-1 وسع التذبذبات ؟

عندما نغير المقاومة الكلية للدارة يتغير وسع الذبذبات.

2-2 شبه الدور T ؟

بالنسبة لقيم المقاومة صغيرة جدا يلاحظ أن شبه الدور لا يتعلق بقيمة R

3-عندما تأخذ المقاومة r′ قيمة كبيرة جدا : هل التوتر $u_c(t)$ المعاين تذبذبي ؟

عندما تأخذ R قيم كبيرة جدا $u_c(t)$ توتر غير تذبذبي أي أن الذبذبات تزول يكون لدينا خمود مهم .

4-حسب قيم المقاومة الكلية R للدارة RLC يلاحظ تجريبيا وجود نظامين للذبذبات : نظام شبه دوري ونظام لا دوري .

تعرف على هاذين النظامين من خلال الشكل 2

النظام شبه الدوري يحدث إذا كانت قيمة المقاومة R صغيرة .

النظام لا دوري عندما تكون R كبيرة جدا حيث تزول الذبذبات نظرا لوجود خمود مهم .

5- نضبط من جديد r′ على القيمة 0

في مرحلة أولى نأخذ L=11mH و C=1µF ونقيس شبه الدور T .

في مرحلة ثانية : نأخذ L=11mH و C=0,22µF ونقيس T .

هل يتعلق شبه الدور بكل من L و C ؟

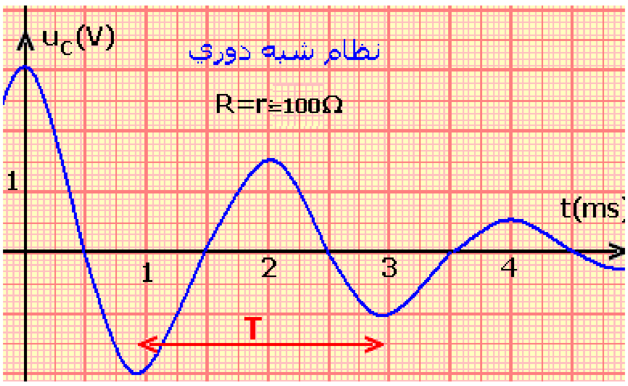
نعم يتعلق شبه الدور بقيم L و C ولا يتعلق بقيم R

ـ أنظمة الذبذبات الحرة

حسب مقاومة الدارة RLC نحصل على ثلاثة أنظمة

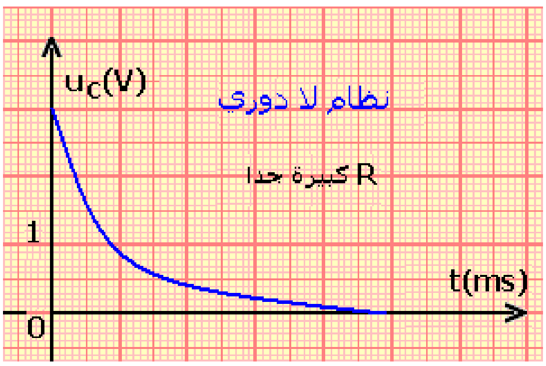
أ-نظام شبه دوري

R صغيرة نحصل على ذبذبات يتناقص وسعها تدريجيا مع الزمن

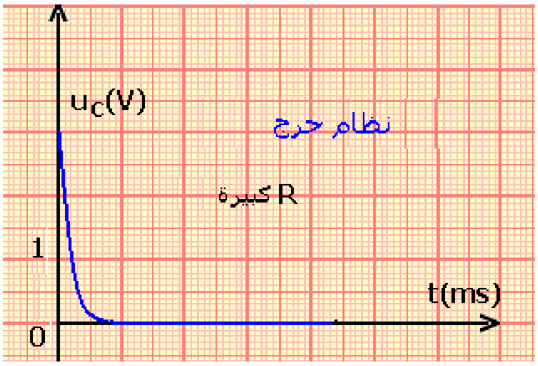


ب- نظام لا دوري

R كبيرة جدا = تزول الذبذبات نظرا لوجود خمود مهم ونسمي هدا النظام نظام لا دوري



ج- نظام حرج



في الذبذبات الحرة توجد قيمة معينة للمقاومة نرمز لها ب R_C وتسمى مقاومة حرجة وهي مقاومة تفصل بين النظام شبه الدوري والنظام اللا دوري ونسمي النظام في هذه الحالة بالنظام الحرج وفي هذه الحالة يرجع التوتر $u_c(t)$ إلى صفر بسرعة ودون تذبذب وتتعلق R_C ب C و L .

2 ـ المعادلة التفاضلية لدارة RLC متوالية .

نعتبر الدارة المتوالية الممثلة في الشكل جانبه :

نطبق قانون إضافية التوترات بين F و D فنجد :

$$u_c + u_R + u_L = 0 \qquad (1)$$

$$u_R = r'.i \qquad u_L = ri + L\frac{di}{dt} \qquad i = C.\frac{du_C}{dt}$$

$$u_R = r'.C\frac{du_c}{dt} \qquad u_L = rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

نعوض في المعادلة (1)

$$u_c + r'.C\frac{du_c}{dt} + rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + (r + r')C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$r + r' = R$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \qquad (2)$$

المعادلة التفاضلية لدارة RLC متوالية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف هي :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \qquad (2)$$

يعبر المقدار $\frac{R}{L}\frac{du_C}{dt}$ عن ظاهرة خمود الذبذبات ، ويحدد حسب قيم R نظام هذه الذبذبات .

II ـ الذبذبات غير المخمدة في دارة مثالية LC .

تتكون الدارة من مكثف سعته C وشحنته البدئية q_0

وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها الداخلية r ونعتبرها مهملة . تنعت هذه الدارة بالمثالية لاستحالة تحقيقها تجريبيا لكون أن كل الوشيعات تتوفر على مقاومة داخلية .

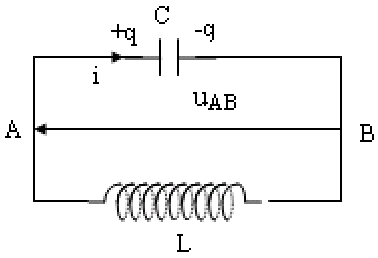
1 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$.

حسب قانون إضافية التوترات لدينا :

$$u_c + u_L = 0 \qquad (1)$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} \qquad i = C.\frac{du_C}{dt}$$

$$u_L = LC\frac{d^2u_C}{dt^2}$$



نعوض في المعادلة (1)

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \quad (2)$$

خلال الذبذبات الكهربائية الحرة غير المخمدة لدارة LC ، يحقق التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف المعادلة التفاضلية التالية :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

2 ــ حل المعادلة التفاضلية :

المعادلة التفاضلية $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$ معادلة خطية من الدرجة الثانية ، رياضيا حلها يكتب على الشكل التالي :

$$u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

ــ U_m وسع الذبذبات .

ــ $\left(\frac{2\pi}{T_0} + \varphi\right)$ الطور في اللحظة ذات التاريخ t .

T_0 : الدور الخاص للذبذبات .

φ : الطور عند أصل التواريخ (t=0)

أ ــ تحديد تعبير الدور الخاص :

نعوض الحل $u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$ ف العادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} = -U_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_C(t)$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_C(t) = -\frac{1}{LC}u_C(t)$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

يتعلق الدور الخاص للذبذبات الحرة غير المخمدة بمعامل التحريض L وبسعة المكثف C :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

وحدة الدور الخاص T_0 في النظام العالمي للحدات هي الثانية . (s)

تمرين تطبيقي :

بين من خلال معادلة الأبعاد أن وحدة T_0 هي الثانية .

ب ـ تحديد φ و U_m :

لتحديد قيم φ و U_m نحدد الشروط البدئية عند تفريغ المكثف في الوشيعة . أي نعبر عن المقدارين $u_C(t)$ و $i(t)$ في اللحظة t=0 باعتبار أن هاتين الدالتين متصلتين كيف ما كانت t .

لدينا $i(t)=C.\frac{du}{dt} \Rightarrow i(t)=-\frac{2\pi}{T_0}.C.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

عند اللحظة t=0 لدينا i(0)=0 الوشيعة لا يمر فيها أي تيار كهربائي

$$i(0)=-\frac{2\pi}{T_0}.C.\sin(\varphi)=0 \Rightarrow \sin\varphi=0 \Rightarrow \varphi=0 \quad ou \quad \varphi=\pi$$

في البداية شحنة المكثف مشحون : $u_C(0)=E$.

$u_C(0)=U_m\cos(\varphi)=E$ وبما أن E>0 و $U_m>0$ فإن $\cos(\varphi)>0 \Rightarrow \varphi=0$

وبالتالي فإن :

$$u_C(t)=E\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

ج ـ تعبير الشحنة q(t) و i(t) .

نعلم أن شحنة المكثف هي :

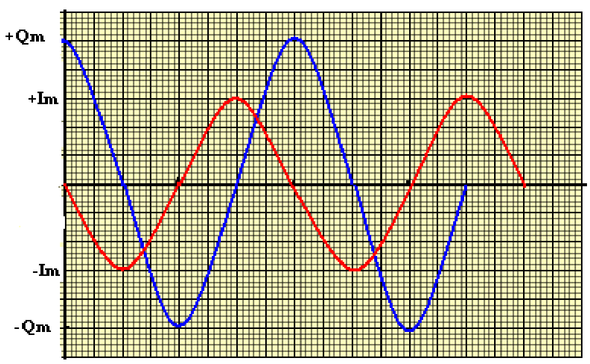
$$q(t)=C.u_C(t)=CU_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)=q_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$

$$q_m=CU_m$$

شدة التيار الكهربائي :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=-q_m\omega_0\sin(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$$

$$=q_m\frac{2\pi}{T_0}\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi+\frac{\pi}{2})=I_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$



i(t) متقدمة في الطور ب $\frac{\pi}{2}$ بالنسبة ل q(t) و u(t)

نقول أن u(t) و q(t) على تربيع في الطور

التمثيل المبياني ل q(t) وu(t)

في اللحظة t=0 عندنا $q=Q_m$ و $\varphi=0$

$$q(t)=Q_m\cos\frac{2\pi}{T_0}t$$

$$i(t)=I_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}t+\frac{\pi}{2})$$

ملحوظة : عندما تكون شحنة المكثف قصوية تكون شدة التيار الكهربائي منعدمة .

III ـ انتقالات الطاقة بين المكثف والوشيعة .

توصلنا في الدروس السابقة أن المكثف بإمكانه أن يخزن طاقة كهربائية $\xi_e=\frac{1}{2}Cu_C^2$ وأن الوشيعة كذلك

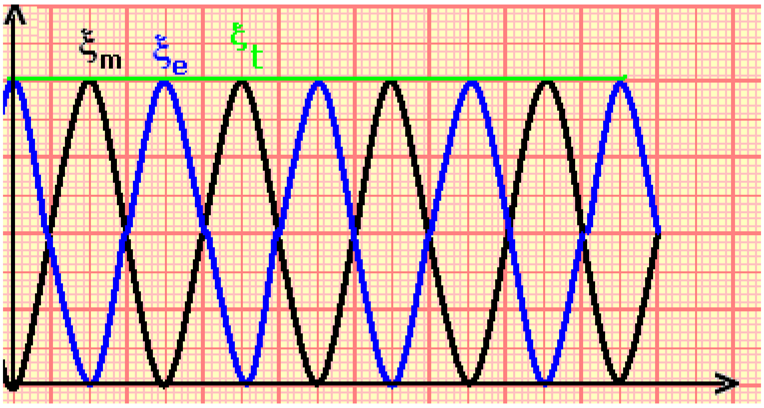
بإمكانها أن تخزن طاقة مغنطيسية $\xi_m=\frac{1}{2}Li^2$.

R

1 ـ الطاقة في الدارة LC مثالية :

دراسة منحنيات تغير الطاقات ξ_t, ξ_e, ξ_m بدلالة الزمن في دارة RL مثالية .

الطاقة الكلية في المخزونة في الدارة LC هي في كل لحظة مجموع الطاقة الكهربائية في المكثف $\xi_e = \frac{1}{2}Cu_C^2$ والطاقة المخزونة في الوشيعة $\xi_m = \frac{1}{2}Li^2$.



$$\xi_t = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2}Cu_C^2 + \frac{1}{2}Li^2$$

تمثل الشكل جانبه تغيرات ξ_t, ξ_e, ξ_m بدلالة الزمن .

1 ـ كيف تتغير الطاقة ξ_m عندما تنقص الطاقة المخزونة في المكثف ؟

2 ـ كيف تتغير الطاقة ξ_e عندما تنقص الطاقة المخزونة في الوشيعة ؟

3 ـ كيف تتغير الطاقة الكلية ξ_t ؟ أكتب تعبير الطاقة الكلية بطريقتين .

4 ـ أثبت رياضيا أن الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن t . بطريقتين ، استعمال حل المعادلة التفاضلية واستعمال المعادلة التفاضلية مباشرة .

خلاصة :

تكون الطاقة الكلية لدارة مثالية LC ثابتة خلال الزمن وتساوي الطاقة البدئية المخزونة في المكثف .

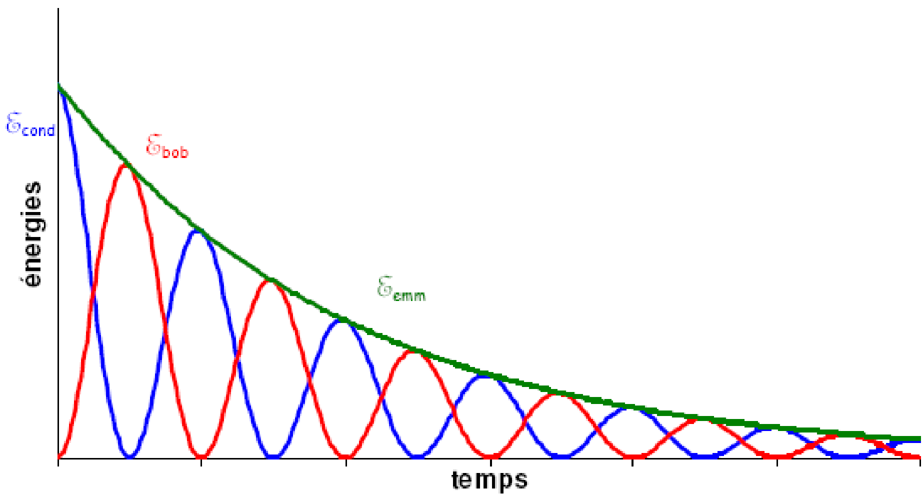
خلال الذبذبات غير المخمدة تتحول الطاقة الكهربائية في المكثف إلى طاقة مغنطيسية في الوشيعة والعكس صحيح .

$$\xi_t = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2}Cu_C^2 + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}CU_m^2 = \frac{1}{2}Li_m^2$$

2 ـ الطاقة في الدارة RLC المتوالية .

دراسة منحنيات تغير الطاقة ξ_t, ξ_e, ξ_m بدلالة الزمن في RLC متوالية

خلال دراسة تجريبية لدارة RLC متوالية حيث المقاومة الكلية R غير منعدمة نعاين بواسطة جهاز ملائم لهذا الغرض منحنيات تغيرات الطاقة ξ_t, ξ_e, ξ_m بدلالة الزمن فنحصل على المنحنيات الممثلة في الشكل جانبه :



1 ـ كيف تتغير الطاقة ξ_e عند تزايد ξ_m ؟

نفس السؤال عند تناقص ξ_m . ماذا تستنتج ؟

عندما تنقص الطاقة في المكثف تزداد الطاقة المخزونة في الوشيعة والعكس صحيح . أي أن هناك تبادل طاقي بين المكثف والوشيعة

2 ـ كيف تتغير بصفة عامة الطاقة الكلية ξ_t المخزونة في الدارة بدلالة الزمن ؟

يلاحظ أن خلال كل تبادل طاقي بين المكثف والوشيعة تتناقص الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة R .

2 ـ ما الظاهرة المسؤولة عن هذا التغيير ؟

ظاهرة خمود نتيجة تحول جزء من الطاقة الكلية بمفعول جول إلى طاقة حرارية .

4 ـ ما المقدار الذي يحول دون الحصول على ذبذبات غير مخمدة ؟

$$\xi_t = \xi_e + \xi_m = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}Li^2$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = Li\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}.\frac{dq}{dt} = i\left(L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C}\right)$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = -R\frac{dq}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = -Ri^2$$

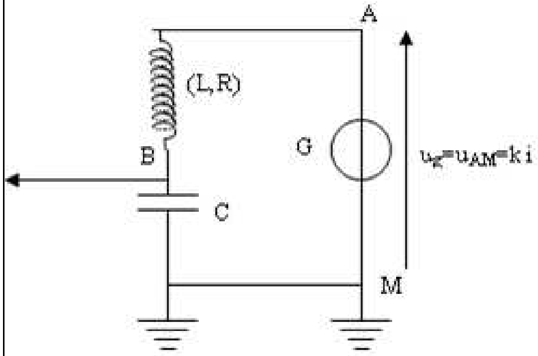
من خلال هذه النتيجة يتبين أن الطاقة الكلية تناقصية :

$\frac{d\xi_t}{dt} = -Ri^2 < 0$ ويعزى هذا التناقص إلى وجود المقاومة R .

خلاصة :

تتناقص الطاقة الكلية لدارة RLC متوالية تدريجيا بسبب مفعول جول .

VI ـ صيانة الذبذبات .



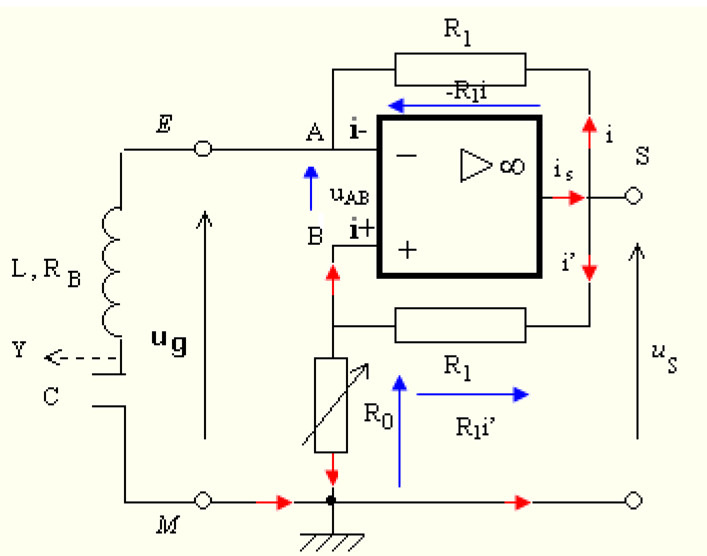
في كل لحظة يمكن كتابة

$$u_{AM} = u_{AB} + u_{BM}$$

$$ki = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{c}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{dt} \; et \; u = u_{BM}$$

$$LC\frac{d^2u}{dt^2} + (R-k)C\frac{du}{dt} + u = 0$$



بالنسبة لـk=R نحصل على المعادلة التفاضلية

التالية $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$ وهي المعادلة المميزة

للمتذبذب (L,C) ذي مقاومة غير مهملة .

إذن فالتركيب المدروس يمكن من صيانة التذبذبات

.

إنجاز المولد G

المضخم العملياتي كاملا ويشتغل في النظام الخطي .

$i^{-}=i^{+}=0$ و $u_{AB}=0$

$$u_g = u_{AM} = u_{AS} + u_{SB} + u_{BM}$$

$$= -R_1 i + R_1 i' + R_0 i'$$

$$u_{AS} = u_{AB} + u_{BS}$$

$$-R_1 i = 0 - R_1 i' \Leftrightarrow i = i'$$

$$u_g = R_0 i \Leftrightarrow u_g = ki$$

$$k = R_0$$

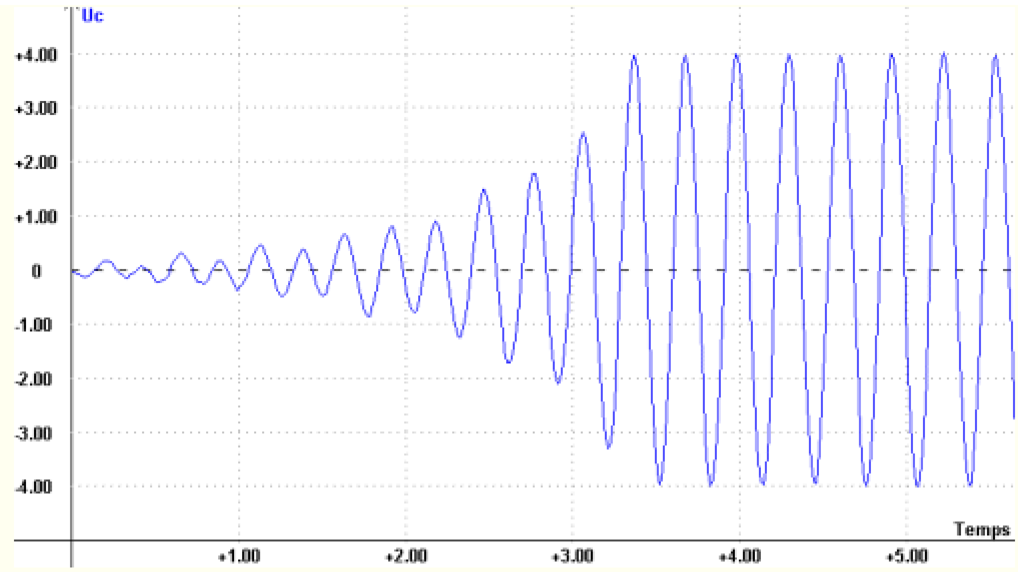
معاينة التوتر بين مربطي مكثف الدارة (L,C) الذي يوجد بها المولد G

عند معاينة التوتر بين مربطي مكثف نلاحظ :

$R_0 < R$ لاتكون هناك تذبذبات

$R_0 > R$ تكون هناك تذبذبات لا جيبية

R_0 أكبر بقليل من R تكون التذبذبات جيبية



الدارة (R,L,C) المتوالية في النظام الجيبي والقسري .
Circuit (R,L,C)en série en régime sinusoïdal forcé

رأينا سابقا أن الدارة RLC المتوالية تكون متذبذبا كهربائيا مخمدا . عند إضافة مولد كهربائي مركب على التوالي إلى الدارة ويزودها بتوتر متناوب جيبي أي أنه يفرض على المتذبذب نظام متناوب جيبي ، نقول أن الدارة RLC توجد في **نظام جيبي قسري** .

I ــ النظام المتناوب الجيبي

1 ــ شدة التيار المتناوب الجيبي

$$i(t) = I_m \cos(\omega.t + \varphi_i)$$

I_m الوسع أو شدة القصوى للتيار .

ω : نبض التيار $\boldsymbol{\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}}$

$(\omega.t + \varphi_i)$: طور التيار في اللحظة t .

φ_i: الطور في أصل التاريخ

مثال : عند أصل التواريخ t=0 شدة التيار قصوية $i(t)=I_m$ أي أن $\cos\varphi_i = 1 \Rightarrow \varphi_i = 0$ وبالتالي

$$\boldsymbol{i(t) = I_m \cos\omega.t}$$

الشدة الفعالة I للتيار :

تقاس الشدة الفعالة I للتيار بواسطة جهاز الأمبيرمتر وتربطها بالشدة الفصوى للتيار العلاقة :

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

2 ــ التوتر المتناوب الجيبي

التوتر اللحظي u(t)

التوتر المتناوب الجيبي دالة جيبية للزمن :

$$u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi_2)$$

U_m الشدة القصوى للتوتر u(t) وهي تقاس بواسطة جهاز راسم التذبذب .

ω : نبض التوتر اللحظي u(t) $\boldsymbol{\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}}$

$(\omega.t + \varphi_u)$: طور التوتر في اللحظة t .

φ_u: الطور في أصل التاريخ t=0

مثال عند أصل التواريخ t=0 عندنا $u(t)=U_m=U_m\cos\varphi_u$ وبالتالي أن $\varphi_u = 0$

$$\boldsymbol{u(t) = U_m \cos\omega.t}$$

التوتر الفعال U

يقاس التوتر الفعال U بواسطة جهاز الفولطمتر ، وتربطه بالتوتر الأقصى العلاقة :

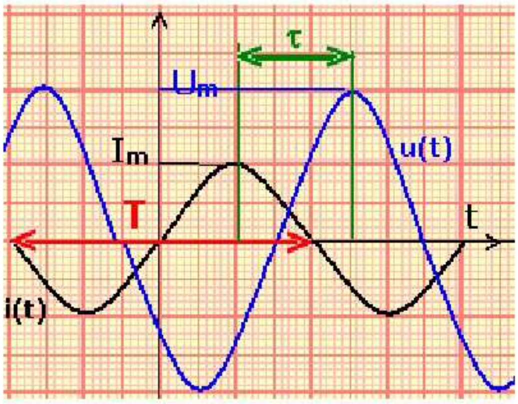
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

3 ــ مفهوم الطور

لنعتبر المقدارين المتناوبين الجيبيين :

$u(t) = U_m \cos(\omega.t + \varphi_u)$ و $i(t) = I_m \cos(\omega.t + \varphi_i)$

نسمي طور الدالة $\boldsymbol{u(t)}$ بالنسبة للدالة $\boldsymbol{i(t)}$: $\varphi_{u/i} = \varphi_u - \varphi_i$



وطور الدالة $i(t)$ بالنسبة للدالة $u(t)$: $\varphi_{i/u} = \varphi_i - \varphi_u$

$\varphi_{u/i}$ و $(\varphi_{i/u})$ تقيس تقدم وتأخر طور الدالة $u(t)$ بالنسبة $i(t)$

ونعبر عنه بالرديان .

$\varphi_{u/i} > 0$ نقول أن $u(t)$ متقدمة في الطور على $i(t)$

$\varphi_{u/i} < 0$ نقول أن $u(t)$ متأخرة في الطور على $i(t)$

$\varphi_{u/i} = \frac{\pi}{2}$ نقول أن $u(t)$ و $i(t)$ على تربيع في الطور . ونفس

الشيء بالنسبة $\varphi_{u/i} = -\frac{\pi}{2}$

$\varphi_{u/i} = \pi$ نقول أن $u(t)$ و $i(t)$ على تعاكس في الطور .

كيف نحدد قيمة φ ؟

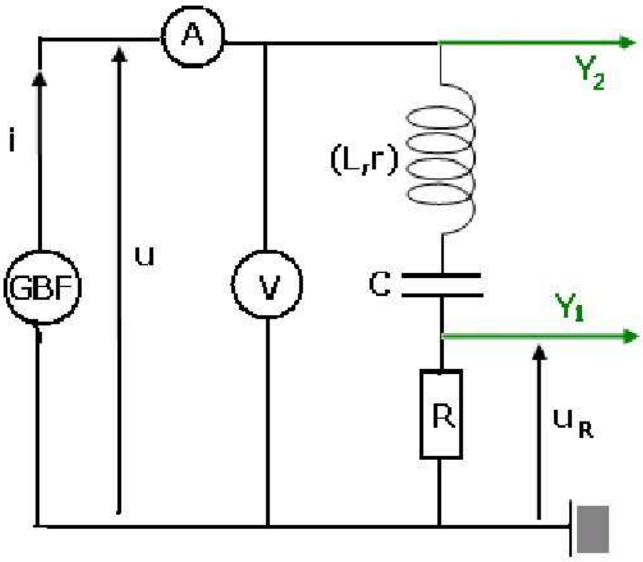
لتبسيط الدراسة نختار $\varphi_i = 0$ أي أن $\varphi = \varphi_u$ فتصبح العلاقة $i(t) = I_m \cos \omega t$ و

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) \Rightarrow u(t) = U_m \cos\left(\omega\left(t + \frac{\varphi}{\omega}\right)\right) = U_m \cos(\omega(t+\tau))$$

يوافق الطور $\varphi = \varphi_u$ للتوتر u(t) بالنسبة للتيار i(t) ، المدة الزمنية τ . حيث $\tau = \frac{\varphi}{\omega}$

يسمى τ الفرق الزمني بين منحنيي u(t) و i(t) .

يمكّن قياس τ على شاشة راسم التذبذب من تحديد القيمة المطلقة للطور φ .



II ـ دراسة دارة RLC متوالية في نظام جيبي قسري .

1 ـ النشاط التجريبي 1 : معاينة التوتر u(t) بين مربطي الدارة RLC و i(t) بدلالة الزمن .

ننجز التركيب الكهربائي جانبه ، حيث نضبط مولد التردد المنخفض على توتر متناوب جيبي قيمته القصوى U_m=2V وعلى التردد N=100Hz .

نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي ، والتوتر u(t) بين مربطي الدارة RLC .

نقيس بواسطة أمبير متر الشدة الفعالة I للتيار المار في الدارة ، ونقيس بواسطة فولطمتر التوتر الفعال U بين مربطي الدارة RLC .

استثمار :

يزود المولد GBF الدارة RLC المتوالية بتوتر متناوب جيبي :

$$u(t) = U_m \cos(\omega . t + \varphi_u)$$

فيظهر في الدارة RLC المتوالية تيار كهربائي شدته $i(t) = I_m \cos \omega t$ يمثل التيار i(t) استجابة الدارة RLC المتوالية للإثارة التي يفرضها المولد ذي تردد منخفض .

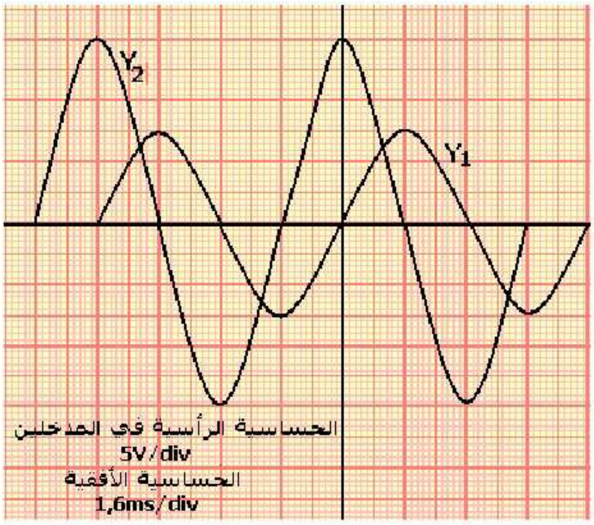
نسمي الدارة RLC المتوالية **الرنان** والمولد **المثير**

يمكن المدخلان Y_1 و Y_2 لراسم التذبذب من معاينة التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي والتوتر u(t) المطبق بين مربطي الدارة RLC .

1 ـ فسر لماذا تمكن معاينة التوتر $u_R(t)$ من معاينة تغيرات شدة التيار اللحظية i(t) .

حسب قانون أوم لدينا $u_R(t)=Ri(t)\Rightarrow i(t)=\frac{1}{R}u(t)$ مما يدل على أن المنحنى المعين على المدخل Y_1 يتناسب اطرادا مع i(t) .

2 ـ أحسب شدة التيار القصوى I_m ، ثم تحقق من العلاقة $I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}$.



3 ـ عين القيمة القصوى U_m للتوتر u(t) ، ثم تحقق من العلاقة : $U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}$

4 ـ هل لمنحنيي الرسم التذبذبي :

ـ نفس الوسع ؟ نفس التردد ؟ نفس الطور ؟

ـ نقول أن الدارة توجد في نظام قسري ، فسر ذلك ؟

5 ـ نرمز للفرق الزمني بين منحنيي التوتر u(t) و i(t) بالحرف τ .

5 ـ 1 بين أن تعبير الطور φ للتوتر u(t) بالنسبة لشدة التيار i(t) يكتب كالتالي : $\varphi=2\pi\frac{\tau}{T}$

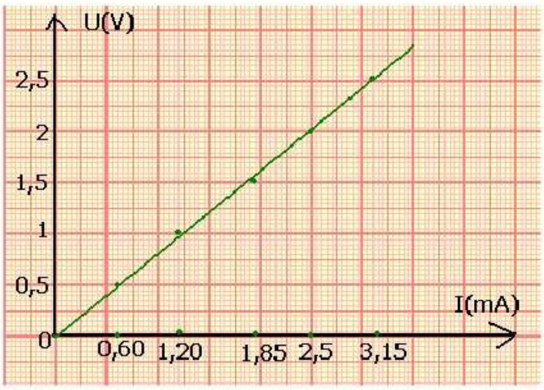
حيث T هو دور كل من المقدارين الجيبيين u(t) و i(t) .

5 ـ 2 تحقق تجريبيا من أن المقادير : معامل التحريض الذاتي L للوشيعة وسعة المكثف C ، والتردد N للمولد GBF تؤثر في الفرق الزمني τ .

2 ـ مفهوم الممانعة .

<u>تجربة</u> : في التركيب الكهربائي السابق نحتفظ بالتردد ثابتا ونغير التوتر الفعال U بدلالة الشدة الفعالة I فنحصل على الجدول التالي :

U(V)	0	0,5	1	1,5	2	2,5
I(mA)	0	0,60	1,20	1,85	2,50	3,15



نستنتج من خلال الجدول أن U و I يتناسبان اطرادا .

$$U=ZI$$

تسمى الثابتة Z بممانعة الدارة ويعبر عنها في النظام العالمي للوحدات بالأوم Ω

<u>تأثير التردد على الدارة RLC</u>

نغير التردد في التجربة السابقة N'=500Hz ماذا نلاحظ ؟

عندما نغير التردد نلاحظ أن الطور يتغير وكذلك الممانعة Z .

<u>2 ـ الدراسة النظرية لدارة (R,L,C) في النظام الجيبي والقسري</u> .

2 ـ 1 ـ المعادلة التفاضلية للدارة :

نختار أصل التواريخ حيث يكون تعبير الشدة اللحظية كالتالي : $i(t)=I_m\cos\omega t$ و

$$u(t)=U_m\cos(\omega t+\varphi_u)$$

φ طور التوتر بالنسبة للشدة i .

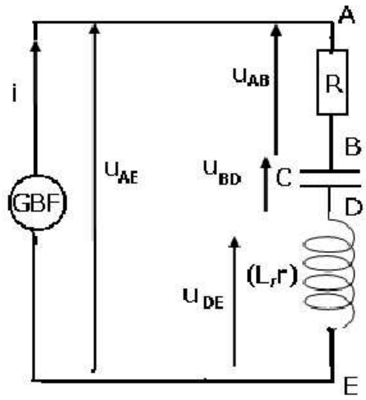
نطبق قانون إضافية التوترات : $u=u_{AE}=u_{AB}+u_{BD}+u_{DE}$

بتطبيق قانون أوم :

* على الموصل الأومي :

$$u_{AB}=Ri$$

* بالنسبة للوشيعة مقامتها الداخلية مهملة ومعامل تحريضها L :



$$u_{DE} = L\frac{di}{dt}$$

* بالنسبة للمكثف سعته C :

$u_{BD} = \frac{q}{C}$ وبما أن $i = \frac{dq}{dt}$ فإن u دالة أصلية لشدة التيار i التي تنعدم عند t=0 :

$$q(t) = \int_0^t idt \Leftrightarrow u_{DE} = \frac{1}{c}\int_0^t idt$$

نستنتج المعادلة التفاضلية للدارة (R,L,C) : $u = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{c}\int_0^t idt$

u و i عندهما نفس التردد N وبما أن ω=2πN فإن u و i لهما نفس النبض .

$$i = I_m \cos \omega t$$

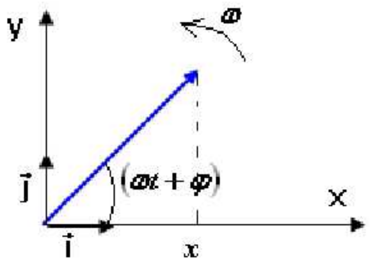
$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{di}{dt} = I_m \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = -\omega I_m \sin \omega t$$

$$\int_0^t idt = I_m \int_0^t \cos \omega t dt = \frac{I_m}{\omega} \sin \omega t$$

في المعادلة التفاضلية المحصل عليها سابقا :

$$u = RI_m \cos \omega t + L\omega I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I_m}{C\omega}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$



2 ـ 2 حل المعادلة التفاضلية ـ إنشاء فرينل

أ ـ تمثيل فرينل لمقدار جيبي

نعتبر المقدار الجيبي التالي : $x(t) = a\cos(\omega t + \varphi)$

نقرن المتجهة $\vec{U}$ بالدالة $x(t)$ بحيث في معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ عندنا $\|\vec{U}\| = a$ و $(\vec{i},\vec{U}) = \omega t + \varphi$

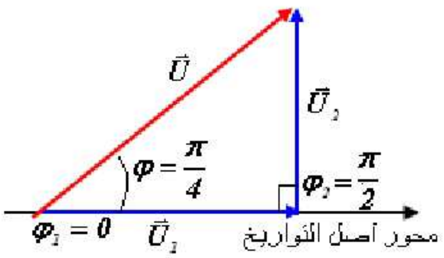
المتجهة تدور حول النقطة O بسرعة زاوية ωt . عند إسقاط $\vec{U}$ على Ox : $x(t) = a\cos(\omega t + \varphi)$

نلاحظ أن المقدار الجيبي x يطابق القياس الجبري لإسقاط المتجهة $\vec{U}$ على المحور Ox .

إذن يمكن إقران كل مقدار جيبي أو دالة جيبية $x(t) = a\cos(\omega t + \varphi)$ بمتجهة تدور بسرعة زاوية ω .

كما أن العكس صحيح كذلك : يمكن أن نقرن كل متجهة دوارة بمقدار جيبي نبضه مساو للسرعة الزاوية للدوران . المتجهة المقرونة بالدالة الجيبية تسمى بمتجهة فرينل .

ب ـ مجموع دالتين جيبيتين لهما نفس النبض .



نعتبر الدالتين الجيبيتين التاليتين : $x_1(t) = a_1\cos\omega t$ و

$x_2 = a_2\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ بحيث أن $a_1 = a_2 = a$

أوجد المجموع $x = x_1 + x_2$ باستعمال متجهة فرينل .

نقرن x_1 بمتجهة $\vec{U}_1$ بحيث أن $\|\vec{U}_1\| = a_1$ و طورها عند اللحظة t=0 هو $\varphi_1 = 0$

ونقرن x_2 بمتجهة $\vec{U}_2$ بحيث أن $\|\vec{U}_2\| = a_2$ وطورها في اللحظة t=0 هو $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$

$$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$$

المتجهة $\vec{U}$ منظمها $a\sqrt{2}$

وطورها عند اللحظة t=0 هو $\varphi = \frac{\pi}{4}$

لأن $\tan\varphi = 1$

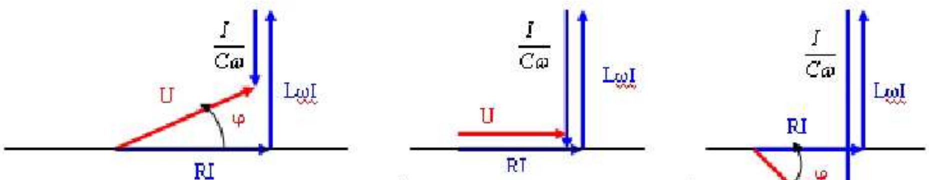
إذن $x(t) = a\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$

ج ـ إنشاء فرينل للحصول على مجموع الدالات الثلاث .

اعتمادا على الإنشاء الهندسي والعلاقات في المثلث فائم الزاوية يمكن الحصول على $U_m = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}\ I_m$ من هنا نستنتج الممانعة $Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I}$ أي أن

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

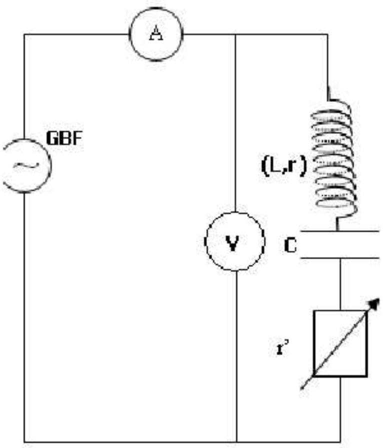
الطور φ نحسب $tg\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$ أو كذلك $\cos\varphi = \frac{RI_m}{U_m} = \frac{R}{Z}$



φ >0 موجبة نقول أن التوتر u متقدم في الطور على الشدة i
في هذه الحالة يكون التأثير التحريضي متفوقا على التأثير الكثافي
$L\omega > \frac{I}{C\omega}$

φ =0 التوتر u متوافق في الطور مع الشدة i
في هذه الحالة تكون ظاهرة الرنين
$L\omega = \frac{I}{C\omega}$

φ <0 سالبة u تتأخر في الطور على الشدة i
وفي هذه الحالة تكون التأثير الكثافي متفوقا على التأثير التحريضي
$L\omega < \frac{I}{C\omega}$



III ـ ظاهرة الرنين الكهربائي .

1 ـ الدراسة التجريبية :

ننجز التركيب التجريبي الممثل جانبه حيث يعطي مولد التوتر المنخفض GBF توترا متناوبا قيمته الفعالة U وتردده N قابلان للضبط .

ـ الوشيعة معامل تحريضها الذاتي L=0,95H ومقاومتها r صغيرة .

ـ مكثف سعته C=0,5μF

ـ نثبت التوتر الفعال U على القيمة U=2V والمقاومة الكلية $R=r+r'$ على القيمة $R_1=40\Omega$.

ـ نغير التردد N للمولد وفي كل مرة نقيس الشدة الفعالة I للتيار .

ـ نضبط المقاومة الكلية R للدارة على القيمة $R_2=100\Omega$ وذلك بتغيير المقاومة r' للموصل الأومي ، ونعيد التجربة السابقة .

ندون النتائج في الجدول التالي :

نغير المقاومة R للدارة بتغيير المقاومة r' للموصل الأومي ، فنحصل على النتائج التالية :

N(Hz)	100	120	130	140	150	155	158	160	161	166	170	180	200
$R_1=40\Omega$,I(mA)	2	3,12	4,37	6,25	11,25	16,6	22,5	25	25,75	23,12	16	9,37	53,7
$R_2=100\Omega$,I(mA	2	3,75	4,37	6,25	10	12,5	14,5	14,75	14,87	14,5	12,5	8,25	4,75

استثمار النتائج :
1 ـ مثل في نفس المعلم ، المنحنيين I بدلالة N بالنسبة للمقاومتين الكليتين R_1 و R_2 للدارة .
2 ـ يطلق اسم الرنان على المتذبذب RLC واسم المثير على مولد التردد المنخفض GBF .
عندما يأخذ التردد N للمثير قيمة مساوية للتردد الخاص N_0 للرنان ، تصبح الشدة الفعالة للتيار المار في الدارة قصوى ، نقول في هذه الحالة إن الدارة RLC التوالية في حالة رنين .
2 ـ 1 حدد بالنسبة لكل منحنى :
ـ التردد N_0 عند الرنين .
ـ الشدة الفعالة I_0 عند الرنين .
2 ـ 2 أحسب Z_1 ممانعة الدارة عند الرنين ، ثم قارنها بالمقاومة الكلية R_1 للدارة .
كيف تتصرف الدارة RLC عند الرنين ؟
3 ـ المنطقة الممرّة ذات ـ 3dB ـ 3décibel لدارة RLC متوالية هي مجال الترددات $[N_1,N_2]$ للمولد حيث تحقق الشدة الفعالة I للتيار العلاقة : $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.
3 ـ 1 عين كلا من N_1 و N_2 بالنسبة للمنحنى الموافق ل R_1 .
3 ـ 2 أحسب العرض $\Delta N = N_2 - N_1$ للمنطقة الممررة ثم قارنه مع القيمة النظرية $\Delta N = \frac{R_1}{2\pi L}$ ، ماذا تستنتج ؟
3 ـ 3 ما تأثير المقاومة الكلية للدارة على عرض المنطقة الممررة ؟
4 ـ نضبط تردد المثير على القيمة N_0 .
4 ـ 1 كيف يجب ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوترين $u(t)$ و $u_R(t)$ ؟
4 ـ 2 هل التوتران $u(t)$ و $u_R(t)$ على توافق في الطور ؟ علل إجابتك .

2 ـ دراسة منحنيات رنين الشدة

أ ـ قيمة تردد الرنين

حسب المنحنيات نلاحظ:
ـ أنها تتوفر على قيمة قصوية توافق نفس القيمة والتي تساوي N=160Hz بالنسبة للدارة كيفما كانت R .
ـ حساب التردد الخاص N_0 للدارة :

$$N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$N_0 \cong 604Hz$$

نستنتج أن $N=N_0$ نقول أن هناك رنينا.

تحدث ظاهرة الرنين عندما يكون التردد N للتوتر المطبق مساويا للتردد الخاص N_0 للدارة $N=N_0$

ب ـ دور مقاومة الكلية للدارة

يلاحظ من خلال المنحنيات الاستجابة :
مهما كانت المقاومة R للدارة صغيرة تكون شدة التيار الفعالة القصوية عند الرنين كبيرة ويكون الرنين حادا .
عندما تكون R كبيرة يزول الرنين ، نقول أن الرنين أصبح ضبابيا .

3 ـ الدراسة النظرية لظاهرة الرنين :

1 ـ قيم المقادير المميزة

أ ـ التردد عند الرنين

$\omega = 2\pi N \quad I = f(N)$

$I = f(\omega)$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

I تكون قصوية عندما تكون الممانعة Z دنوية أي $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$

$$LC\omega^2 = 1$$

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

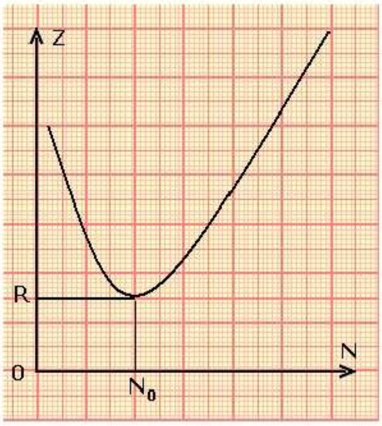
$$N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

I قصوية بالنسبة $N=N_0$ وهذا يتطابق مع النتائج التجريبية.

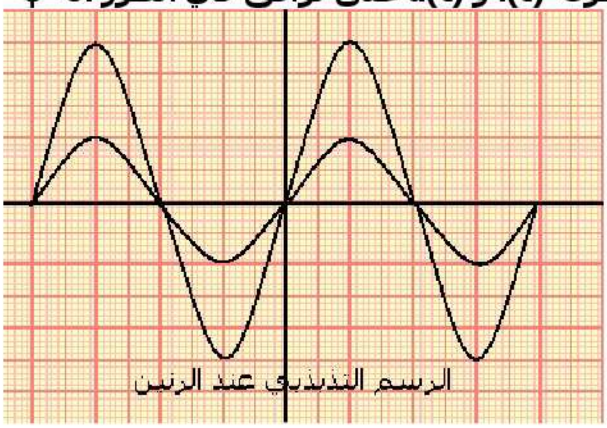
ب ــ ممانعة الدارة عند الرنين

عند الرنين $L\omega = \frac{1}{C\omega} \Leftrightarrow Z = R$ أي تكون ممانعة الدارة دنوية وتساوي المقاومة الكلية للدارة .

وتكون القيمة القصوية I_0 للشدة الفعالة I : $Z = R \Leftrightarrow I = \frac{U}{Z} \Leftrightarrow I_0 = \frac{U}{R}$



ج ــ عند الرنين تكون (i(t و (u(t على توافق في الطور :φ=0



2 ــ المنطقة الممرّرة. " ذات3db "

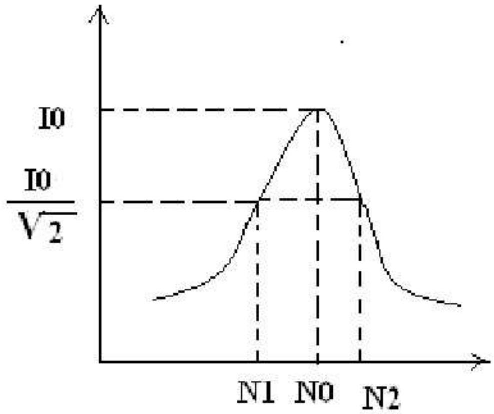
* **تعريف**: المنطقة الممررة . " ذات3db "لدارة (R,L,C) في مجال الترددات $[N_1, N_2]$ للمولد حيث تكون الاستجابة I أكبر أو على الأقل تساوي $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ (I_0 تمثل الشدة الفعالة للتيار عند الرنين)

$\Delta N = N_2 - N_1$ عرض المنطقة الممررة

ـ تحديد المنطقة الممررة:

لنبحث عن القيمتين ω_1 و ω_2 اللتين تحدان المنطقة الممررة ،

حيث تكون الاستجابة $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ ويكون عرضها



$\Delta N = N_2 - N_1$ و $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$

$$\Delta N = \frac{\omega_2}{2\pi} - \frac{\omega_1}{2\pi}$$

$$2\pi\Delta N = \Delta\omega$$

يعبر عن عرض المنطقة الممررة بالراديان على الثانية rad/s أو بالهرتز .

حساب عرض المنطقة الممررة:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})}}$$

قيمتها عند الرنين $I_0 = \frac{U}{R}$

نبحث عن قيمتين ω_1 و ω_2 اللتين تحددان المنطقة الممررة أي المجال الذي تتحقق فيه

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \mathrm{I} = \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{R}} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{U}{R}$$

$$\frac{U}{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} = \frac{1}{2R^2} \Leftrightarrow 2R^2 = R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2 \Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = \pm R$$

$$LC\omega_1^2 - 1 = -RC\omega_1 \text{ و } LC\,\omega_2 - 1 = +RC\omega_2$$

$$LC(\omega_2^2 - \omega_1^2) = RC(\omega_2 + \omega_1)$$

$$LC(\omega_2 - \omega_1) = RC \Leftrightarrow \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$$

$$\Delta N = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{R}{2\pi L}$$

- عرض المنطقة الممررة لا يتعلق إلا ب R و L ويتناسب اطرادا مع R .
- في الحالة التي تكون فيها R صغيرة جدا يكون الرنين حادا أي أن ΔN كذلك صغيرة .

3 ـ معامل الجودة

يعرف معامل الجودة بالعلاقة التالية :

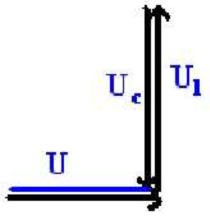
$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

$$\Delta \omega = \frac{L}{R} \Leftrightarrow Q = \frac{L\omega_0}{R}$$

Q معامل الجودة يتناسب عكسيا مع عرض المنطقة الممررة نعبر عنه بدون وحدة و تميز حدة الرنين .
، كلما كان الرنين حادا كلما كانت قيمة Q كبيرة .
كلما كانت Q صغيرة كلما كانت الدارة مخمدة .

عند الرنين $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$ أي $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

إنشاء فرينل عند الرنين



نسمي معامل الجودة كذلك **معامل فرط التوتر** .
تعبيري التوتر بين مربطي المكثف والوشيعة عند الرنين :

$$U_L = L\omega_0 I_0 \text{ و } U_c = \frac{I_0}{C\omega_0}$$

$$U_c = U_L \Leftrightarrow L\omega_0 I_0 = \frac{I_0}{C\omega_0}$$

$$U = R.I_0$$

$$U_C = \frac{I_0}{C\omega_0} = \frac{U}{RC\omega_0} = Q.U$$

$$U_L = L\omega_0 I_0 = \frac{L\omega_0 U}{R} = Q.U$$

$$Q = \frac{U_C}{U} = \frac{Q_L}{U}$$

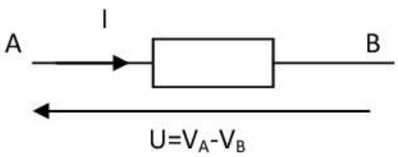
يلاحظ أنه عندما يكون الرنين حادا تكون Q كبيرة . وهذا يعني أن $U_C > U$ و $U_L > U$ مما يدل على أنه عند الرنين يظهر فرط التوتر . وهي ظاهرة تشكل بعض المخاطر قد تؤدي إلى إتلاف عناصر الدارة .

VI – القدرة في النظام المتناوب الجيبي .

<u>1 – القدرة اللحظية</u>

حالة التيار المستمر

خلال المدة Δt تكون الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب X هي: W=U I Δt
والقدرة الكهربائية $P = UI$
في النظام المتناوب الجيبي



$$i = I\sqrt{2}\cos \omega t$$

$$u = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$$

في هذه الحالة تكون القدرة اللحظية p=ui

$$p = 2UI\cos \omega t.\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\cos \omega t.\cos(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}(\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi)$$

$$p = UI[\cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi]$$

هذه القدرة لا تمكن من تقييم حصيلة الطاقة المكتسبة من طرف ثنائي القطب فهي تبين فقط في لحظة معينة ما إذا كان ثنائي القطب يكتسب طاقة p>0 أو يفقدها p<0 لذا فمن الضروري تعريف القدرة المتوسطة .

2 ـ القدرة المتوسطة

الطاقة الكهربائية المكتسبة من طرف ثنائي القطب خلال الدور T :

$$p = \frac{dE}{dt}$$

$$p = 2UI\left[\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi\right]$$

$$E = UI\int_0^t \left[\cos(2\omega t + \varphi) + \cos\varphi\right]dt = UI\cos\varphi\int_0^T dt + UI\int_0^T \cos(2\omega t + \varphi)dt$$

$$E = UIT\cos\varphi + 0 = UIT\cos\varphi$$

$$P = \frac{E}{T} \Leftrightarrow P = UI\cos\varphi$$

Cosφ معامل القدرة

القدرة الظاهرية

$$S = UI$$

$$P = UI\cos\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

معامل القدرة

$$U = ZI$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

$$P = UI\cos\varphi = ZI^2\frac{R}{Z}$$

$$P = RI^2$$

في الدارة RLC المتوالية لا تستهلك القدرة الكهربائية المتوسطة إلا من طرف المقاومة R بمفعول جول وتساوي هذه القدرة $P=RI^2$

ملحوظة : أهمية معامل القدرة

عند استهلاك طاقة كهربائية من طرف مستهلك فإن المؤسسة الموزعة تضمن للمستهلك توترا أي أن هذا الاستهلاك يقابله مرور تيار كهربائي i(t) في خطوط الشبكة الموصلة وتقدمه أو تأخره في الطور φ يتعلق بنوع الأجهزة الكهربائية المستعملة .

من العلاقة $P = UI\cos\varphi$ نستخرج $I\cos\varphi = \frac{P}{U}$ بالنسبة لقدرة P محددة يكون Icosφ محدد كذلك

وبالتالي I يكبر كلما صغر معامل القدرة cosφ . وبما أن مفعول جول في خطوط الشبكة يتناسب اطرادا مع I^2

القدرة وتفرضه على المستهلك وهو عموما لايقل عن 0.8