Etude d'asymptotes et de branches infinies.

L´étude des branches infinies a pour objectif de comprendre en d´détails le comportement de la courbe de la fonction
La première chose à faire est de calculer les limites aux bornes du domaine de définition de la fonction

- **Si** $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=+\infty$ ou $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=-\infty$ ou $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=+\infty$ ou $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=-\infty$ alors la courbe (C) admet une asymptote verticale d´équation $\boxed{x=a}$
- **Si** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=b$ ou $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=b$ alors la courbe admet une asymptote horizontale d´équation $\boxed{y=b}$
- **Si** $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ en en va étudier **les branches infinies**

Si : $\boxed{\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty}$

$\boxed{\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0}$ → la courbe de f admet une branche parabolique dans la direction d'axe (Ox). au voisinage de $\pm\infty$

$\boxed{\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\infty}$ → la courbe de f admet une branche parabolique dans la direction d'axe (Oy). au voisinage de $\pm\infty$

$\boxed{\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=a\neq 0}$:

- $\boxed{\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-ax=\pm\infty}$ → la courbe de f admet une branche parabolique dans la direction de la droite $y=ax$ au voisinage de $\pm\infty$
- $\boxed{\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-ax=b\in\mathbb{R}}$ → la courbe de f admet une asymptote oblique d´équation $y=ax+b$ au voisinage de $\pm\infty$

Si $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-(ax+b)=0$ alors la courbe de f admet une asymptote **oblique** d´équation $y=ax+b$ au voisinage de $\pm\infty$

La droite d´équation $x=a$ est un **axe de symétrie** de la courbe de f ssi :

a) $\forall x\in D_f$ on a : $(2a-x)\in D_f$ b) $\forall x\in D_f$ on a : $f(2a-x)=f(x)$

Le point $\Omega(a;b)$ est un **centre de symétrie** de la courbe de f ssi :

a) $\forall x\in D_f$ on a : $(2a-x)\in D_f$ b) $\forall x\in D_f$ on a : $f(2a-x)=2b-f(x)$

Étudier la **concavité** ou la **convexité d'une** d'courbe d'une fonction revient à déterminer les intervalles sur lesquels elle est convexe et ceux sur lesquels elle est concave. Pour cela on calcul f'' et en étudie son signe

et si f'' s'annule en changent de signe en x_0 alors $A(x_0;f(x_0))$ est un point D'inflexion

Si une fonction est paire alors l'**axe** (Oy). Est un axe symétrie a la courbe

Si une fonction est impaire alors Le point $O(0;0)$ est un centre symétrie la courbe